Modern Fizika Labor

Fizika BSC

A mérés dátuma: **2010.04.27.**	**A mérés száma és címe:** **16. Diffúzió**	**Értékelés:**
A beadás dátuma:	**A mérést végezte:** **Rudolf Ádám**	

1. A mérés leírása

A mérés során víz, és különböző koncentrációjú (1 M, 1/2 M, és 1/3 M) $ZnSO_4$ oldat diffúzióját vizsgáltam. Minden koncentráció esetében a víz alá egy fecskendővel rétegeztem be az oldatot, és a mintában lévő koncentráció gradienst kimutató Schlieren-módszer segítségével figyeltem meg a rendszer inhomogenitásának időbeli változását. A mérés elmélete megtalálható a *http://wigner.elte.hu/koltai/labor/parts/16jegyzet.pdf (jegyzet)* internetcímen, így nem részletezném, csak felhasználni fogom.

2. A mérés kivitelezése

Kétkomponensű rendszerben a diffúziós egyenlet:

$$\frac{\partial c}{\partial t}=D\left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}\right)$$

ahol c a koncentráció, D a diffúziós állandó.

Ha a koncentráció gradiense, amit ténylegesen mérünk, kezdetben egy x = 0-ban álló Dirac-delta, akkor a diffúziós egyenlet alapján később egy egyre szélesebb, és alacsonyabb Gauss görbe lesz. Különöző elméleti megfontolások alapján (lsd. *jegyzet*) belátható, hogy

$$\frac{F}{M}=2\sqrt{\pi D t}$$

ahol F a Gauss görbe alatti terület, M pedig a görbe maximuma. Átalakítva:

$$\frac{F^2}{4\pi M^2}=Dt$$

vagyis ennek az egyenletnek a bal oldalát kiszámolva, és az értékeket t függvényében ábrázolva a kapott egyenes meredekségéből megkapjuk D diffúziós állandót.

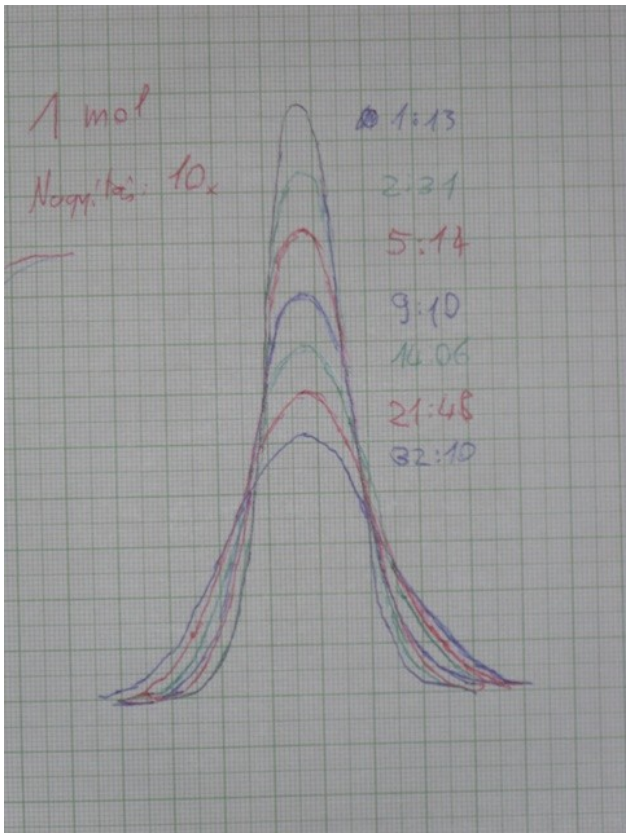
Az optikai rendszer a Gauss görbét milliméterpapírra vetítette, amit minden mérés során hétszer átrajzoltam tollal, feljegyezve a rajzolás időpontját is. Mivel az egyenesnek csak a meredeksége érdekel, az idő nullpontjának megválasztása nem befolyásolja a mérés eredményét.

A milliméterpapírról minden görbe esetében leolvastam hét pontot a következő helyeken: -3; -2; -1,5; -1; -0,5; 0; 1; 1,5; 2; 2,5; 3, ahol a 0 nem feltétlenül jelenti a maximum helyét, de közel van hozzá. Az alapvonalat még a mérés során próbáltam egy vonalhoz közel választani.

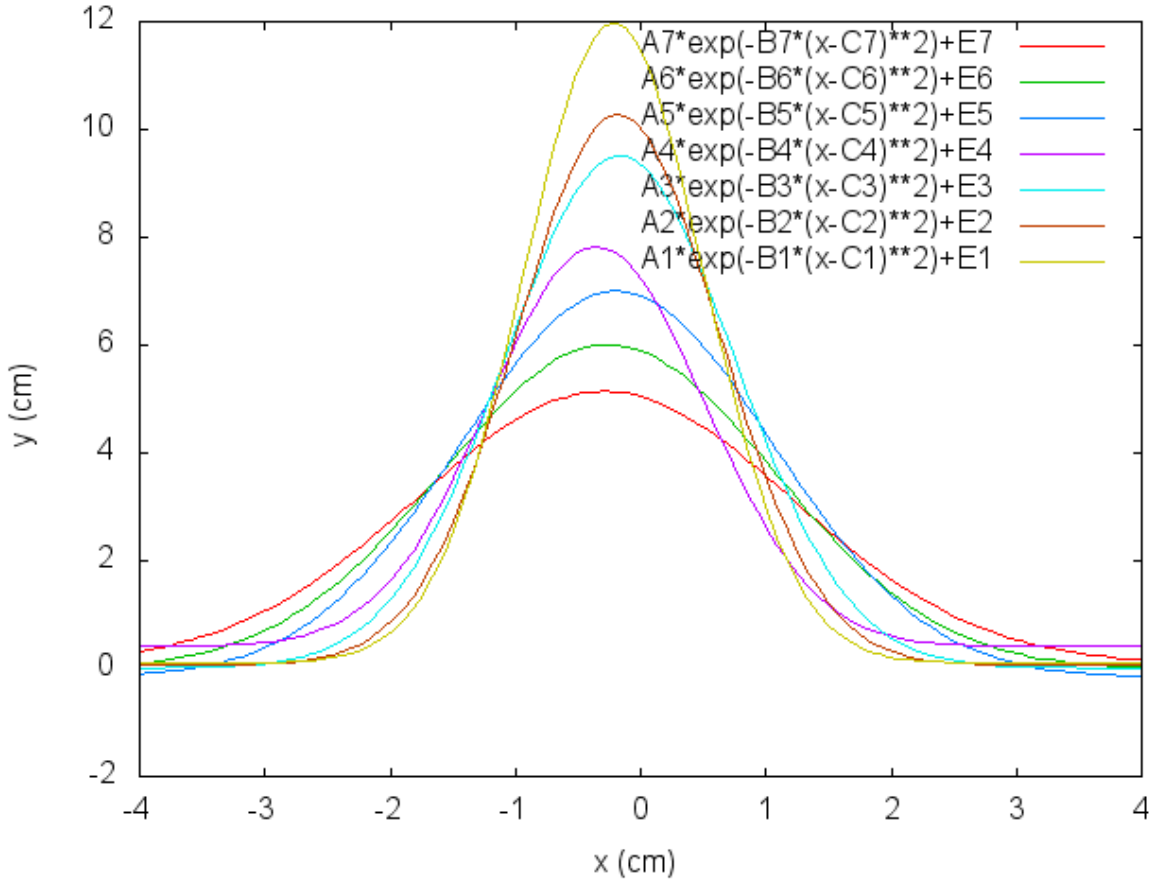
A leolvasott értékekre *gnuplot*-tal $f(x)=A\cdot e^{-B(x-C)^2}+D$ egyenletű görbéket illesztettem. Mivel minket a maximum értéke, valamint a görbe alatti terület érdekel, csak az A és B értékek számítanak. A görbe alapvonala és a maximum helyének eltolása az x tengely mentén a C és D konstansokat változtatja, így ezen értékek nagyjábóli megválasztása nem okoz gondot. Az illesztési paraméterekből a maximum helye: $M = A$, és a görbe alatti terület $F=M\sqrt{\frac{\pi}{B}}$.

Az adatokat leolvastam, illesztettem, a kellő F és M, ezekből Dt értékeket kiszámoltam, és az időpontokkal együtt mindhárom koncentrációjú oldat esetében táblázatba rendeztem. A Dt értékekre t függvényében egyenest illesztettem, és a kapott egyenes meredekségét a hibával együtt megadtam mindhárom esetben.

2.1. 1 mólos minta vizsgálata



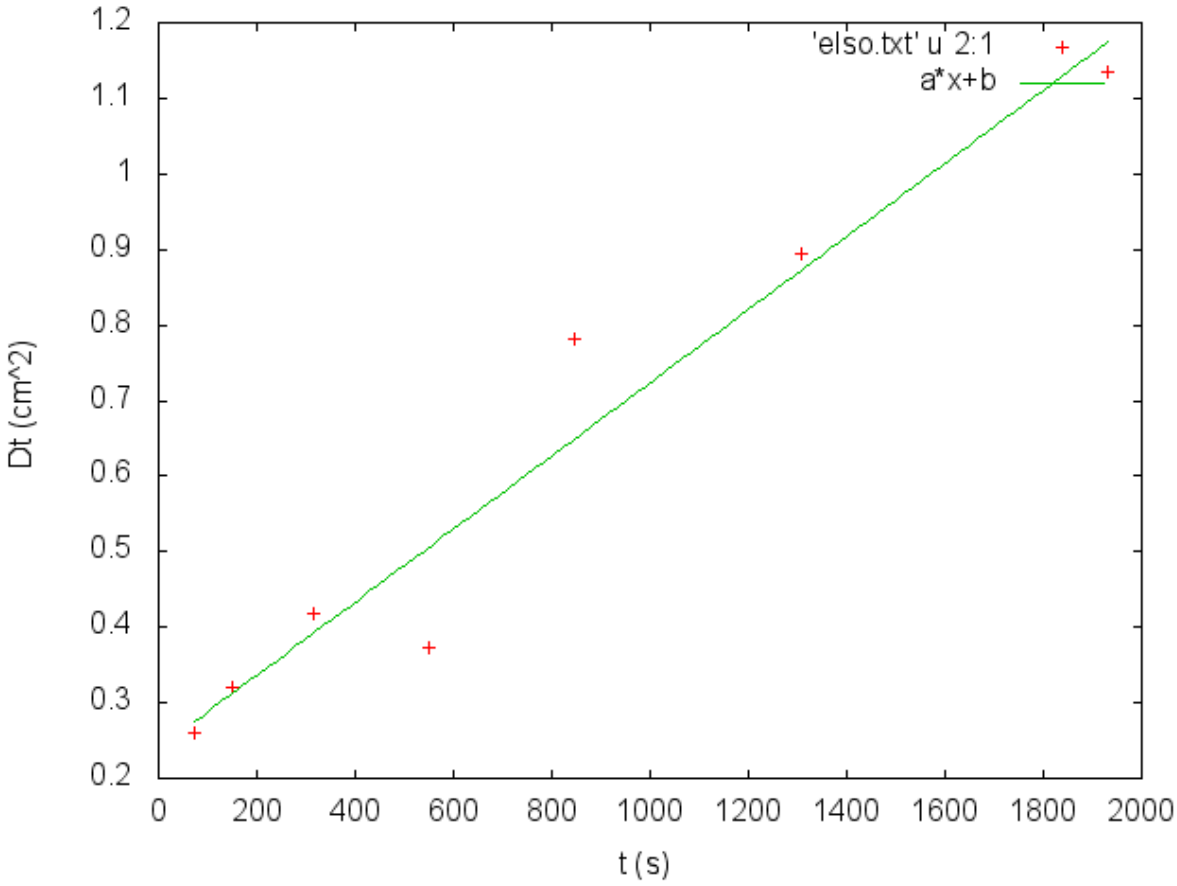
1. ábra. 1 mólos oldat rajzolt görbéi



2. ábra. 1 mólos oldat illesztett görbéi

Sorsz.	A (cm)	B	M (cm)	F (cm	Dt (cm^2)	t (s)
1	11,87	0,96	11,87	21,47	0,260	72
2	10,21	0,78	10,21	20,49	0,321	151
3	7,5	0,6	7,5	17,16	0,417	314
4	7,41	0,67	7,41	16,05	0,373	550
5	7,17	0,32	7,17	22,47	0,781	846
6	6,03	0,28	6,03	20,20	0,893	1308
7	5,07	0,22	5,07	19,16	1,136	1930

1. táblázat. 1 mólos oldat illesztésből kapott adatai



3. ábra. 1 mólos oldat diffúziós együtthatójához szükséges egyenes

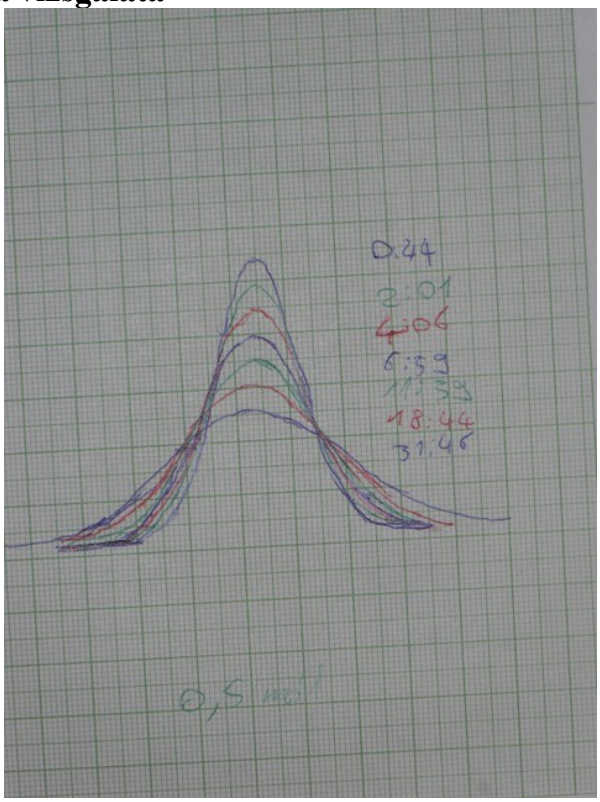
Ezen adatok még nem veszik figyelembe az optikai rendszer nagyítását, amit egy, a mintánál a fényútba helyezett 1 cm-es papírdarab árnyékának lemérésével határoztam meg, és úgy találtam, hogy pontosan 10-szeres. Ez azt jelenti, hogy a valóságos érték az illesztési paraméternek század része, hiszen az m^2/s dimenziójú. Tehát mivel az így kapott illesztési paraméter $D=(4{,}8\pm0{,}52)\cdot10^{-4}\,cm^2/s$, a nagyítást is figyelembe véve és immár SI alapegységekkel kifejezve:

$$D_1=(4{,}8\pm0{,}52)\cdot10^{-10}\,m^2/s$$

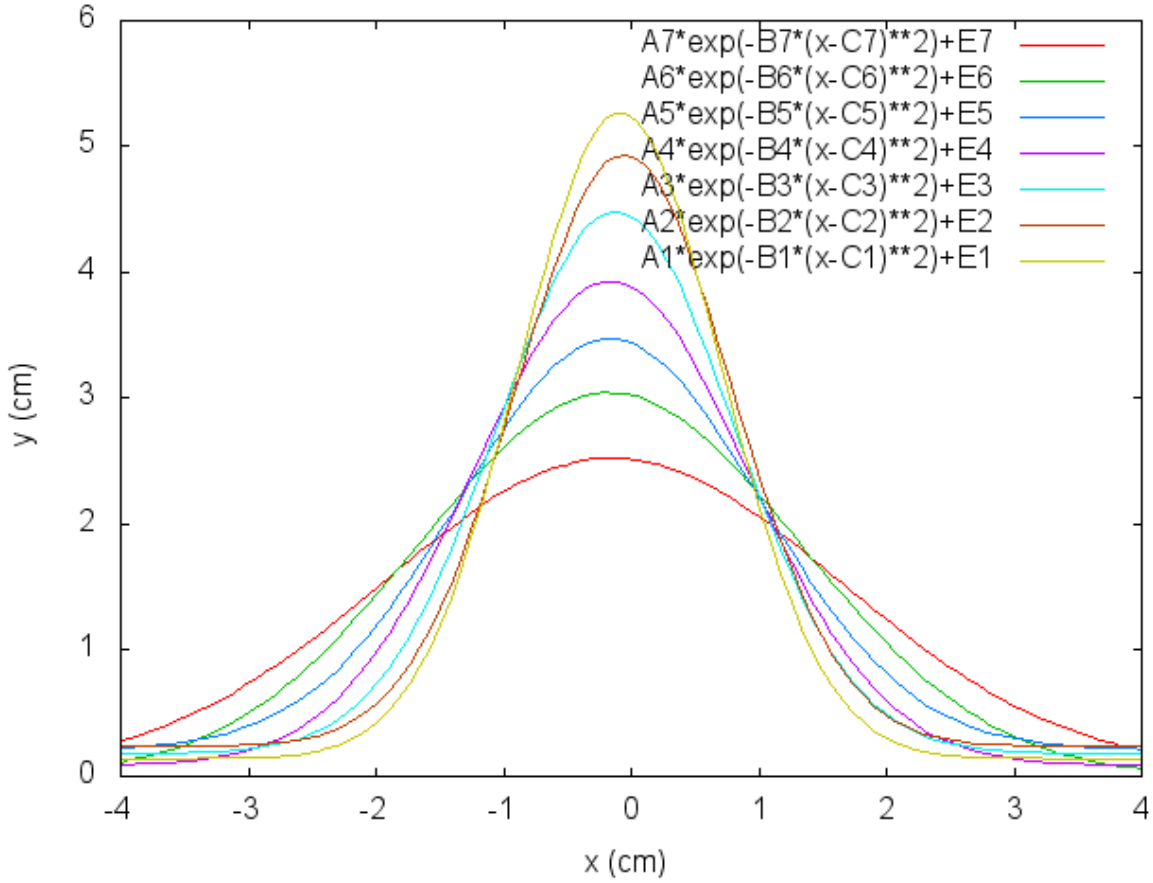
A nagyságrend egyezik azzal, amit a mérésvezető sugallatára várni lehetett.

A másik két mintára ugyanezek érvényesek, így a továbbiakban csak az ábrákat és az adatokat közlöm.

2.2. 1/2 mólos minta vizsgálata



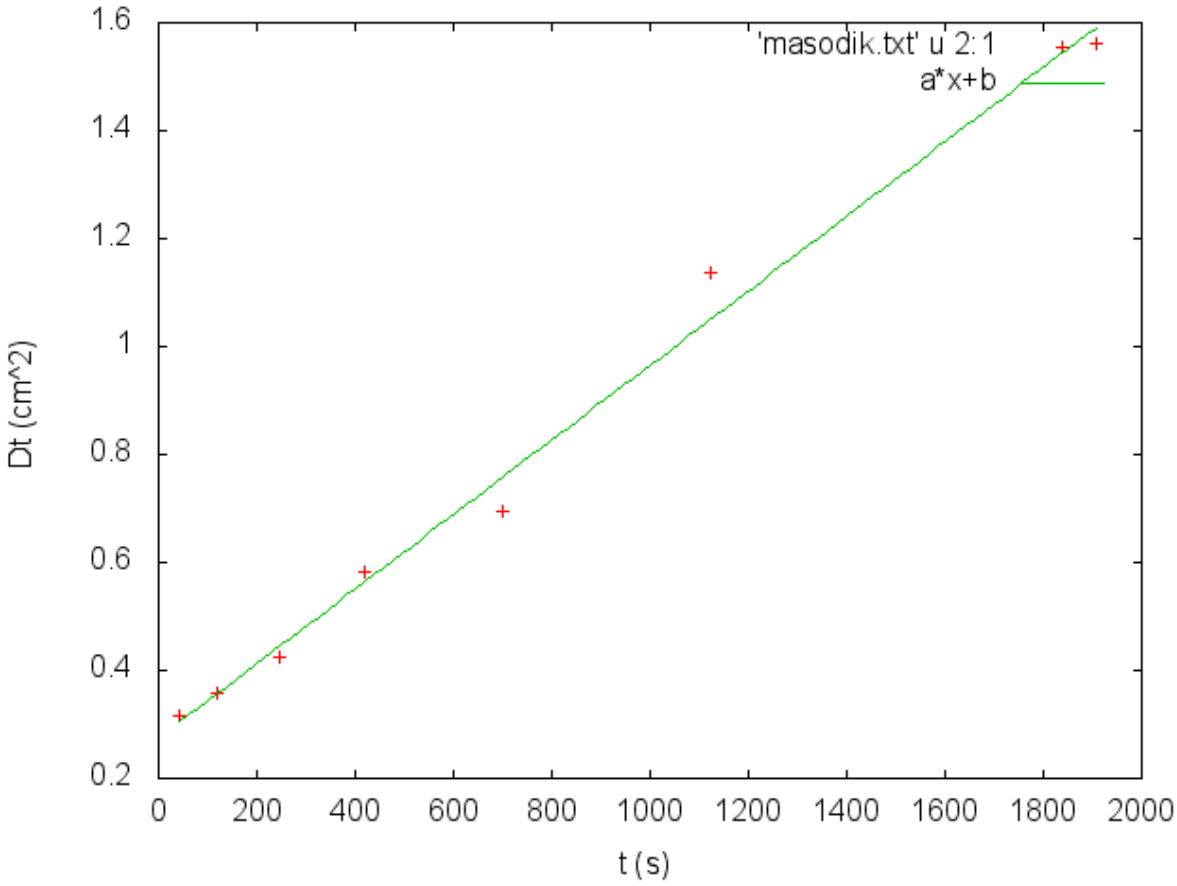
4. ábra. 1/2 mólos oldat rajzolt görbéi



5. ábra. 1/2 mólos oldat illesztett görbéi

Sorsz.	A (cm)	B	M (cm)	F (cm	Dt (cm^2)	t (s)
1	5,13	0,79	5,13	10,23	0,316	44
2	4,69	0,7	4,69	9,94	0,357	121
3	4,3	0,59	4,3	9,92	0,424	246
4	3,84	0,43	3,84	10,38	0,581	419
5	3,26	0,36	3,26	9,63	0,694	699
6	3,05	0,22	3,05	11,53	1,136	1124
7	2,49	0,16	2,49	11,03	1,563	1906

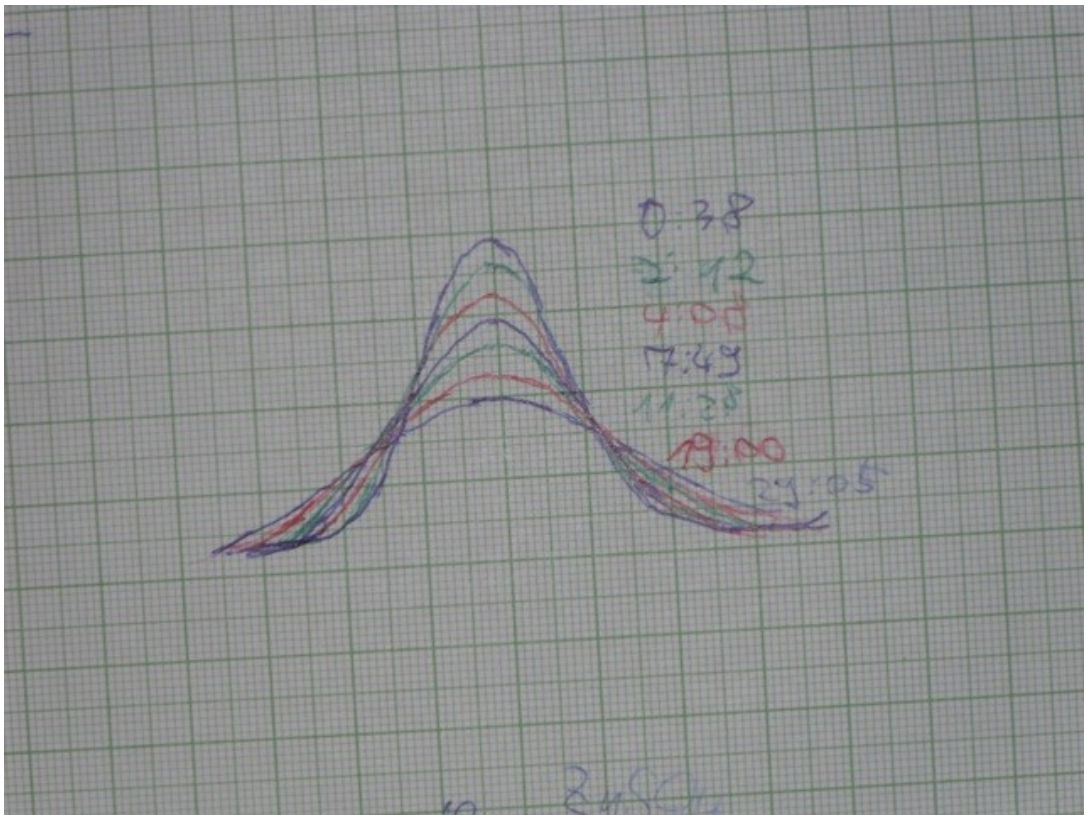
2. táblázat. 1/2 mólos oldat adatai



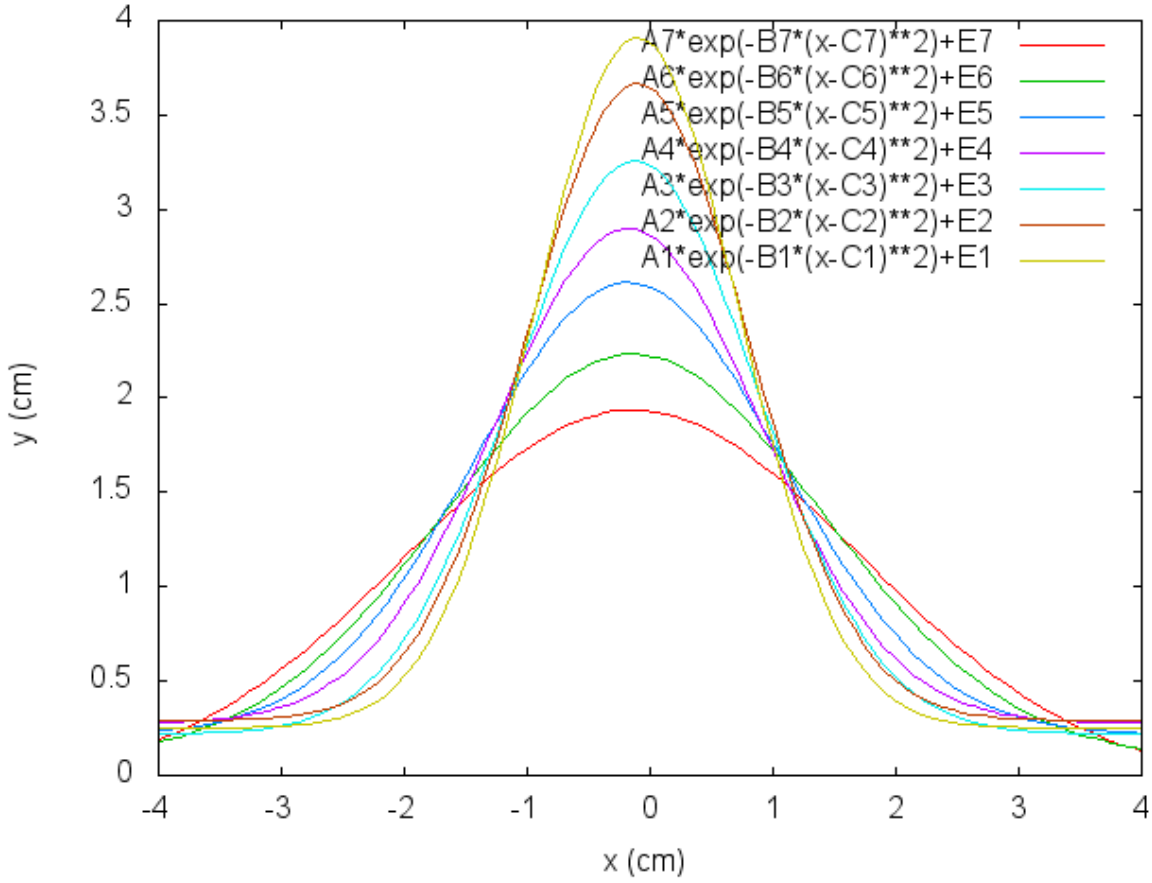
6. ábra. 1/2 mólos oldat D-jéhez szükséges egyenes

$$D_{1/2} = (6{,}9 \pm 0{,}31) \cdot 10^{-10}\, m^2/s$$

2.3. 1/3 mólos minta vizsgálata



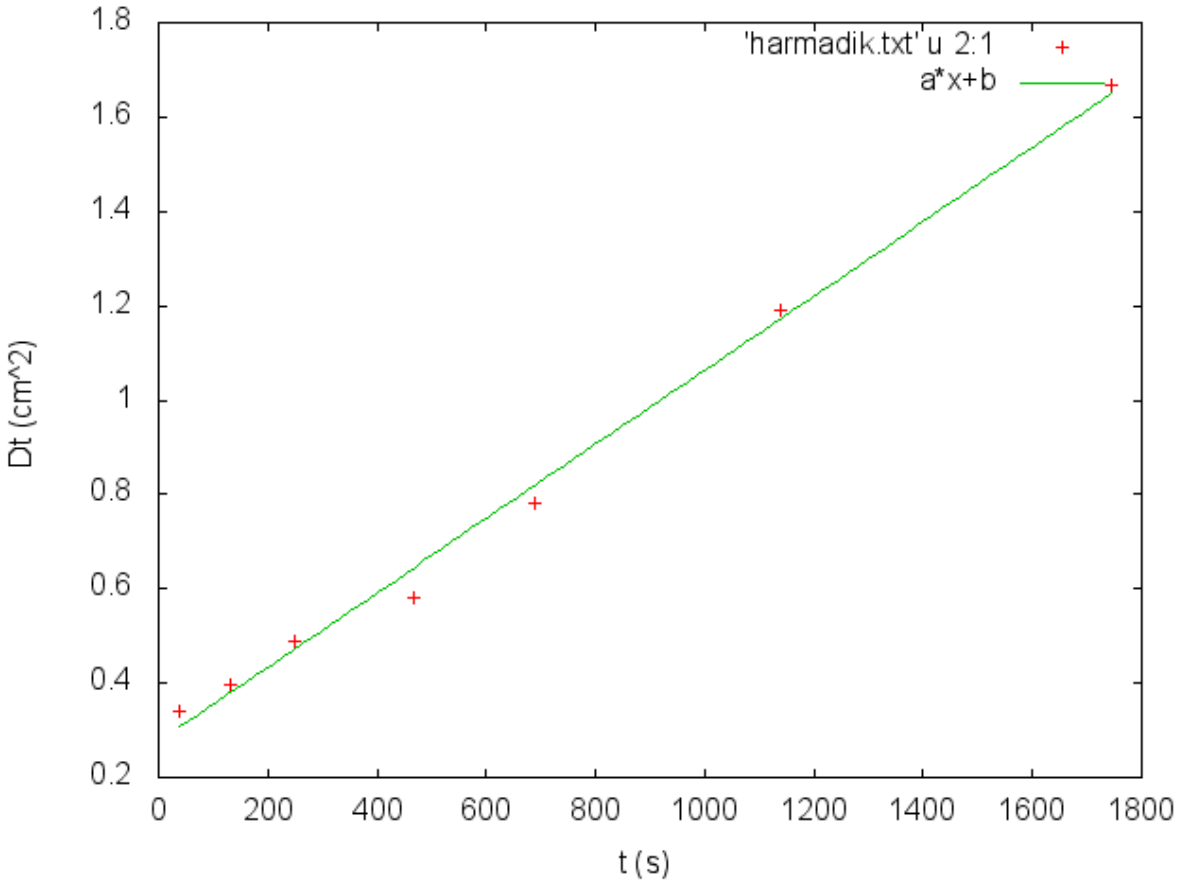
7. ábra. 1/3 mólos oldat rajzolt görbéi



8. ábra. 1/3 mólos oldat illesztett görbéi

Sorsz.	A (cm)	B	M (cm)	F (cm	Dt (cm^2)	t (s)
1	3,66	0,73	3,66	7,59	0,342	38
2	3,38	0,63	3,38	7,55	0,397	132
3	3,04	0,51	3,04	7,55	0,490	248
4	2,62	0,43	2,62	7,08	0,581	469
5	2,4	0,32	2,4	7,52	0,781	688
6	2,15	0,21	2,15	8,32	1,190	1140
7	1,97	0,15	1,97	9,02	1,667	1745

3. táblázat. 1/3 mólos oldat adatai



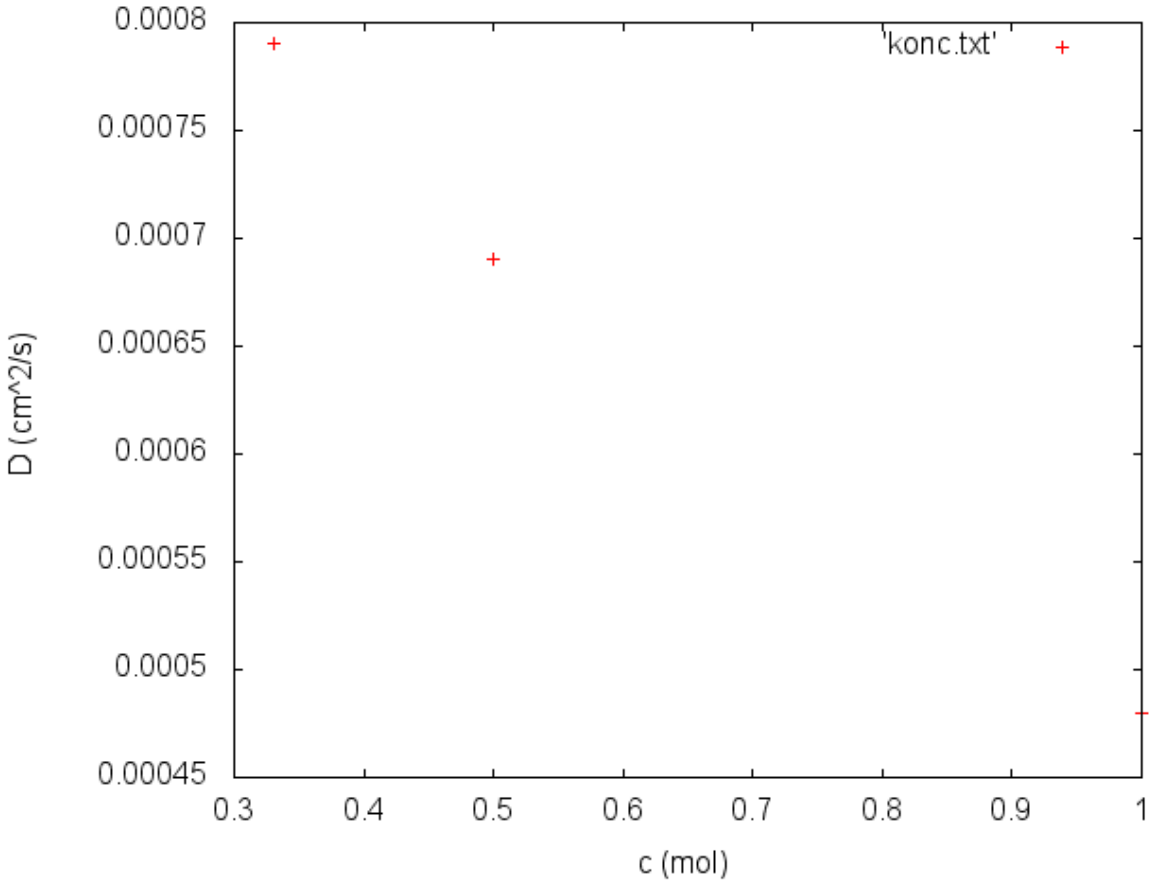
9. ábra. 1/3 mólos oldat egyenese

$$D_{1/3} = (7{,}9 \pm 0{,}26) \cdot 10^{-10}\, m^2/s$$

Megyjegyzendő egyébként, hogy a görbe alatti terület elvben nem változik, és a táblázatokban is az látszik, hogy habár nem pontosan ugyanazok az értékek egy-egy mérés során, az értékek nem tendálnak, hanem véletlenszerűen változnak, és nem is jelentős mértékben.

2.4. D(c) függvény

Utolsó feladatként ábrázoltam a diffúziós együtthatókat a koncentráció függvényében. Ez csak egy szemléltetés, mivel három adattal nem is lehetne pontosan ábrázolni egy függvényt. Elvben ennek 1/*c*-hez kellene hasonlítania, ami ránézésre stimmel is.



10. ábra. A diffúziós állandók a koncentráció függvényében

3. Diszkusszió és hibák

A mérés során nem volt számszerűsíthető hibaforrás. Hibát okozhat a $ZnSo_4$ oldat hibás berétegzése, az optikai rendszer eltérése az ideálistól, a lencsék koszossága. Hibát okozhat az is, hogy egy véges vastagságú (több milliméteres) görbét kellett átrajzolni a papírra, amit úgy próbáltam minimalizálni, hogy mindig a görbe külső élét rajzoltam, de gyors változásnál még az is előfordulat, hogy mire a görbe végéhez érek, már meg is változik. Van leolvasási hiba a milliméterpapírról is. Továbbá a *D* állandókat eléggé áttételesen kaptuk meg: egyábráról leolvasott pontkora illesztett görbékből kapott adatokra illesztett egyenes meredeksége, így a hibák halmozódnak. Viszont éppen ezért úgy vettem, hogy az egyenesillesztés hibájában már benne van minden, hiszen a pontok szórását mindezen hibák befolyásolják. Ezért vettem a végeredmények hibájának az egyenesillesztés hibáját.

Összegezve a kapott eredmények várakozásnak megfelelnek, az elmélettel összevethetők, nagyságrendben stimmelnek, és a sok hibaforrás ellenére a hiba nem túl nagy, 10% nagyságrendű. Ezeket jó eredménynek tekintem.