Fényhullámhossz és diszperzió mérése

9. mérés

Rudolf Ádám

Mérés időpontja:
2009. október 08.
Csütörtök délelőtt
Ablakhoz közelebbi mérőhely

1. A mérés célja

A mérés célja egy optikai rács segítségével meghatározni egy spektrállámpa spektrumát, és a mért eredmények felhasználásával egy prizma anyagának diszperzióját (törésmutatójának hullámhossz függését).

2. A mérés elve

Az optikai rács esetében a különböző réseken kilépő fénysugarak akkor fogják erősíteni egymást, ha útkülönbségük a hullámhossz egész számú többszöröse.

$$d \sin \alpha = k\lambda \qquad k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Ha a rácsállandó (vagyis a rácsvonalak periódusa) adott, akkor meghatározott hullámhossznál meghatározott szögeknél lesz erősítés. Ezeket a szögeket megmérve meghatározhatjuk a különböző színösszetevők hullámhosszát:

$$\lambda = \frac{d}{k} \sin \alpha$$

A fenti képletekben λ a fény hullámhossza, d a rácsállandó, k az elhajlás rendje (vagyis hogy „hányadikat” látjuk az adott színből), α pedig az elhajlás szöge. Ezzel meghatározzuk a hullámhosszakat.

Ha a hullámhosszak megvannak, megmérjük egy prizmának minimális eltérítési szögét az összes látható színképvonal esetében. Ebből a következő képlet segítségével számítható az adott hullámhosszra vonatkoztatott törésmutatója:

$$n = \frac{\sin \frac{\varphi + \varepsilon_{\min}}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}$$

Ehhez előbb persze φ törőszöget is meg kell határozni. $\varepsilon_{\min}$ az adott hullámhosszra vonatkoztatott legkisebb eltérítési szög, n pedig a törésmutató. Mivel az előző mérésben kimértük az egyes színképvonalak hullámhosszát, az új adatokkal együtt meg tudjuk határozni a prizma anyagának diszperziós relációját, vagyis a törésmutatót a hullámhossz függvényében.

3. Mérési összeállítás

A fényt egy spektrállámpa szolgáltatja, aminek jól elkülöníthető színképvonalai vannak. A lámpa fényéből párhuzamos nyalábot hozunk létre, és ezt eresztjük a rácsra. A rács által szórt fényt egy goniométer forgatható távcsövével lokalizáljuk, és egy skáláról leolvassuk az eltérülés szögét.

A prizma eltérítési szögeit ugyanezzel az eszközzel mérjük meg.

4. A goniométer beállítása

A goniométer rendkívül precíz műszer, szögmásodperc pontosságú, ezért fontos, hogy pontosan legyen beállítva. Ez azt jelenti, hogy a távcsövet és a kollimátort egy egyenesbe kell hozni, a tárgyasztalt pedig vízszintesre kell állítani. Ezt egy tükör segítségével tesszük meg: a tárgyasztalra helyezett tükörnek a távcsőből kivetített szálkereszt képét 180°-kal elforgatva ugyanoda kell visszavernie, ahogy elforgatás nélkül is. Ha ezt két (lehetőleg merőleges) helyzetben is biztosítjuk, a tárgyasztal vízszintesnek tekinthető.

Más módszerrel azt is el kell érnünk, hogy a rács is merőleges legyen a kollimátorból érkező párhuzamos fénysugarakra.

Az esetleg mégis fellépő hibákat úgy próbáljuk csökkenteni, hogy a szögeltérítést (ami elvileg szimmetrikus) mindkét oldalon mérjük, és a kettő átlagát tekintjük a mért szögnek.

α mért szöget még így is sok minden befolyásolhatja, és okozhat $\Delta\alpha$ hibát. Ennek a hibának a legjobb meghatározása, hogy egy színképvonal eltérülési helyét ötször lemérem, és ezen adatok átlagtól való legnagyobb eltérését tekintem α hibájának.

A mérést ezen beállítások sikeres elvégzése után kezdtem el.

5. Fényhullámhossz mérése

A fényhullámhosszak mérésére egy *8000 l/i*-s rácsot használtam, ami azt jelenti, hogy *8000* vonal van egy *inch*en. Ez a rácsállandó reciproka, csak nekünk nem megfelelő a mértékegysége. Egy *inch 2.54 cm*, vagyis *0.0254 m*. Ezután kiszámolhatjuk, hogy mennyi a *d* rácsállandó:

$$d = \frac{1}{8000} \cdot 0.0254m \cong 3.175 \cdot 10^{-6} m$$

Első- és másodrendben megmértem az összes vonalhoz tartozó bal- és jobboldali szöget, és ezekből kiszámoltam a hullámhosszukat. A későbbi számításokban a kettő hullámhossz átlagát fogom a hullámhossznak tekinteni.

Harmadrendben ötször mértem az ibolyát, és ezek átlagtól való legnagyobb eltérését vettem a szögmérés hibájának. A hibaterjedés segítségével ebből számoltam a hullámhosszak hibáját.

A nulladrendhez tartozó (majdnem nulla) szögértéket (α_{ref}) ki kell vonni a mért értékekből.

A táblázatok jelölései: a **Fok**, **Perc**, és **Mp** oszlopok a közvetlenül leolvasott értékeket mutatják. A jobboldali értékeket a skálázás miatt még ki kell vonni 360°-ból. Ezek mértékegységei természetesen rendre szögfok(°), szögperc(`), és szögmásodperc(``). A **Szög** oszlop az ezekből számított szöget adja meg fokokban, tizedestörtre átszámítva. A jobboldali értékek esetében ez már a 360°-ból kivont érték. Az 1. és 2. rendre mért jobb-, és baloldali szögeket a következő táblázatok tartalmazzák:

	Jobb oldali				Bal oldali			
1. rend	**Fok**	**Perc**	**Mp**	**Szög(°)**	**Fok**	**Perc**	**Mp**	**Szög(°)**
1.lila	352	46	17	7.229	7	24	43	7.412
2.lila	352	0	38	7.989	7	58	34	7.976
Kék	351	35	38	8.406	8	34	0	8.567
Türkiz	351	22	17	8.629	8	46	50	8.781
1. zöld	350	50	45	9.154	9	18	12	9.303
2. zöld	350	9	46	9.837	9	59	33	9.993
1. narancs	349	35	31	10.408	10	33	35	10.560
2. narancs	349	33	8	10.448	10	35	46	10.596
Vörös	348	21	4	11.649	11	47	32	11.792

	Jobb oldali				Bal oldali			
2. rend	**Fok**	**Perc**	**Mp**	**Szög(°)**	**Fok**	**Perc**	**Mp**	**Szög(°)**
1.lila	345	17	46	14.704	14	51	42	14.862
2.lila	344	7	43	15.871	16	2	16	16.038
Kék	342	55	27	17.076	17	14	26	17.241
Türkiz	342	27	48	17.537	17	42	25	17.707
1. zöld	341	22	35	18.624	18	47	24	18.790
2. zöld	339	56	30	20.058	20	13	25	20.224
1. narancs	338	44	52	21.252	21	15	6	21.252
2. narancs	338	40	8	21.331	21	30	25	21.507
Vörös	336	7	44	23.871	24	2	30	24.042

A 0. rendhez tartozó szög, amit ki kell vonni az összes szögértékből:

	Fok	**Perc**	**Másodperc**	**Szög(°)**
alfa ref	0	4	18	0.072

Az összes színképvonalhoz kiszámoltam a jobb-, és baloldali mért szögek átlagát (**Szög átlag**), és ebből kivontam a referenciaszöget (így kaptem az **Alfa** oszlopot). Ezután kiszámoltam **Alfa** szögek sinusát, és a hullámhosszokra felírt összefüggés alapján a hullámhosszokat is (**λ**). A kapott adatokat a következő oldalon lévő táblázatok tartalmazzák:

1. rend	Szög átlag	Alfa(fok)	Sin(Alfa)	λ(nm)
1.lila	7.320	7.249	0.126	401 ± 22
2.lila	7.983	7.911	0.138	437 ± 22
Kék	8.486	8.415	0.146	465 ± 22
Türkiz	8.705	8.633	0.150	477 ± 22
1. zöld	9.229	9.157	0.159	505 ± 22
2. zöld	9.915	9.843	0.171	543 ± 22
1. narancs	10.484	10.412	0.181	574 ± 22
2. narancs	10.522	10.450	0.181	576 ± 22
Vörös	11.721	11.649	0.202	641 ± 22

2. rend	Szög átlag	Szög (szö	Sin(szög)	λ(nm)
1.lila	14.783	14.711	0.254	403 ± 11
2.lila	15.955	15.883	0.274	434 ± 11
Kék	17.158	17.087	0.294	466 ± 11
Türkiz	17.622	17.550	0.302	479 ± 11
1. zöld	18.707	18.635	0.320	507 ± 11
2. zöld	20.141	20.069	0.343	545 ± 11
1. narancs	21.252	21.180	0.361	574 ± 10
2. narancs	21.419	21.347	0.364	578 ± 10
Vörös	23.956	23.885	0.405	643 ± 10

Δλ a táblázatban a hullámhossz hibáját jelenti, amit a

$$\Delta\lambda = \frac{d}{k}\cos\alpha \cdot \Delta\alpha$$

összefüggés alapján számoltam ki. Mint már említettem, harmadrendben az ibolyát ötször megmértem, és az átlagtól való legnagyobb eltérést vettem *Δα*-nak. A mérési adatokat az alábbi táblázatok tartalmazzák (a jelölések a fentiekhez hasonlóak):

3. rend	Jobb oldal				Bal oldal						
1.lila	Fok	Perc	Mp	Szög(°)	Fok	Perc	Mp	Szög(°)	Szög átlag(°)	Alfa(°)	Δ(°)
1. mérés	337	35	30	22.408	22	35	44	22.596	22.502	22.430	-0.00708
2. mérés	337	34	58	22.417	22	36	22	22.606	22.512	22.440	0.00264
3. mérés	337	34	39	22.423	22	36	18	22.605	22.514	22.442	0.00472
4. mérés	337	34	52	22.419	22	35	28	22.591	22.505	22.433	-0.00403
5. mérés	337	34	58	22.417	22	36	30	22.608	22.513	22.441	0.00375

A táblázatban *Δ* jelenti az átlagtól való eltérést. Az átlag: $\alpha_{átlag} = 22.437°$, a legnagyobb eltérés abszolút értéke pedig $\Delta\alpha = 0.0070°$.

6. Prizma diszperziójának meghatározása

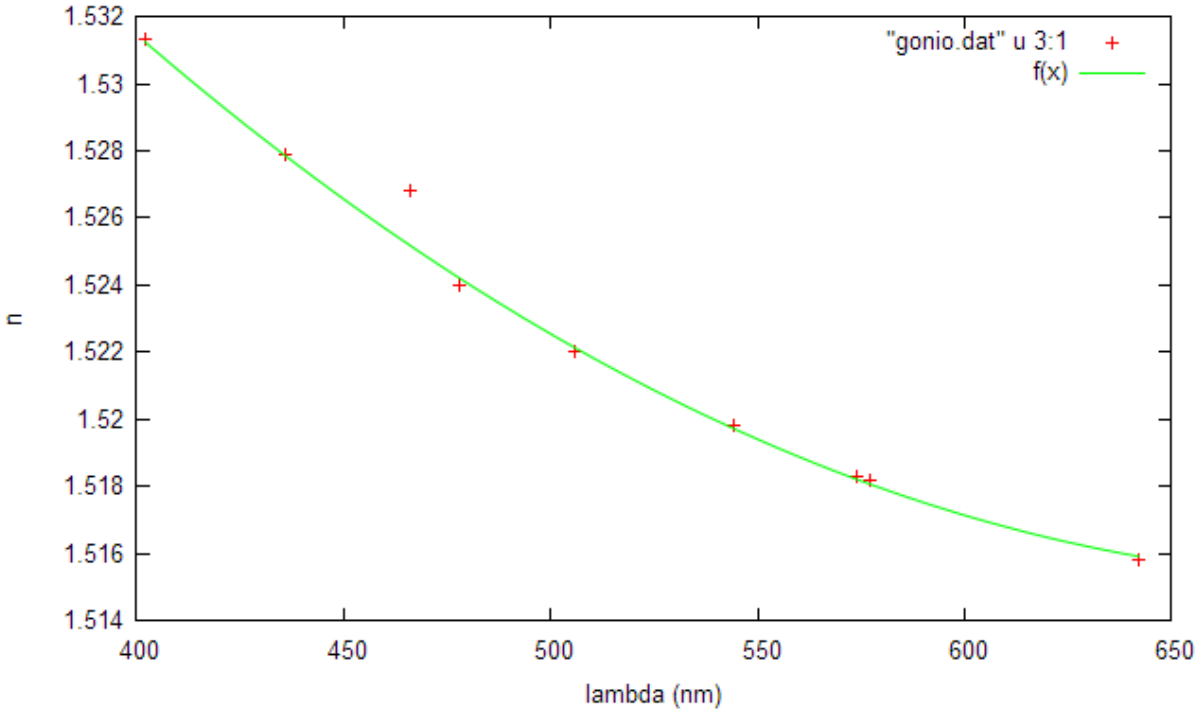
A mérés során a 2. számú prizmát használtam, és az egy ponttal jelölt törőszögét vizsgáltam. Az első lépés a prizma φ törőszögének meghatározása. Ez úgy történt, hogy egy adott helyzetben megmértem a törőszög két oldalán lévő oldalról visszaverődő fénysugarak eltérülési szögét (α_1 és α_2). Ha ezek a fénysugarak a tükröződés előtt párhuzamosak voltak (és azok voltak), akkor a törőszög a két mért α átlaga lesz. A mért és számolt adatok:

$$\alpha_1 = 69.074°$$
$$\alpha_2 = 51.047°$$
$$\varphi = 60.061°$$

Mindegyik látható színképvonalnak megmértem a minimális eltérítési szögét, és (a megszokotthoz hasonlóan táblázatba rendezve) a korábban felírt összefüggés alapján mindegyikre kiszámoltam a törésmutatót (**n**), és a törésmutató hibáját (**Δn**). Az utolsó oszlopban (**λ átlag**) a két korábbi számolásból kijött hullámhosszak átlagát is beírtam. A prizma diszperziója az utolsó előtti oszlop az utolsó függvényében. A mért és számított adatokat a következő táblázat tartalmazza:

Prizma	Fok	Perc	Mp	Szög(°)	εmin(°)	n	λ átlag (nm)
1.lila	40	4	12	40.070	39.998	1.5313 ± 0.00032	402
2.lila	39	45	40	39.761	39.689	1.5279 ± 0.00032	436
Kék	39	40	0	39.667	39.595	1.5268 ± 0.00032	466
Türkiz	39	25	0	39.417	39.345	1.5240 ± 0.00032	478
1. zöld	39	14	10	39.236	39.164	1.5220 ± 0.00032	506
2. zöld	39	2	35	39.043	38.971	1.5198 ± 0.00032	544
1. narancs	38	54	59	38.916	38.845	1.5183 ± 0.00032	574
2. narancs	38	54	21	38.906	38.834	1.5182 ± 0.00032	577
Vörös	38	41	16	38.688	38.616	1.5158 ± 0.00032	642

A kiszámolt átlag értékek függvényében ábrázoltam *n* törésmutatókat. A kapott grafikon a következő oldalon látható.



1. ábra. A prizma diszperziója, illesztett másodfokú polinommal. Egy adatponton kívül jól illeszkedik (mérési hiba lehet).

A törésmutató hibáját a következőképpen számoltam ki. Bevezettem 2 új értéket:

$$a = \frac{\varphi + \varepsilon_{\min}}{2} \text{ és } b = \frac{\varphi}{2}$$

ekkor:

$$\Delta a = \frac{\Delta\varphi + \Delta\varepsilon_{\min}}{2} \text{ és } \Delta b = \frac{\Delta\varphi}{2}$$

A goniométerrem mért szögek (itt mindegyik ilyen) hibáját Δα-nak vettem, így:

$$\Delta a = \frac{\Delta\varphi + \Delta\varepsilon_{\min}}{2} = \frac{\Delta\alpha + \Delta\alpha}{2} = \Delta\alpha \text{ és } \Delta b = \frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\Delta\alpha}{2}$$

Ekkor:

$$\frac{\Delta n}{n} = ctga \cdot \Delta\alpha + ctgb \cdot \Delta b$$

Ebből minden esetre kiszámoltam *n* hibáját. Ez látható a táblázatban.