Mikroszkóp vizsgálata
Lencse görbületi sugarának mérése

8. mérés

Rudolf Ádám

Mérés időpontja:
2009. október 01.
Csütörtök délelőtt
Ablaktól távolabbi mérőhely

1. A mérés célja

A mérés két részből állt. Egyrészt egy mikroszkóp általános adatainak megméréséből, (több objektív nagyítása, és fókusztávolsága, valamint numerikus apertúrája) másrészt két lencse – egy gyűjtő, és egy szóró – görbületi sugarának méréséből, az előző mikroszkóp segítségével, a korábban megmért adatok felhasználásával.

2. Objektívek nagyításának vizsgálata

A méréshez felhasználtunk egy objektív mikrométer skálát, ami egy kis üveglap, *0,01 mm*-es beosztású skálával, valamint egy okulár mikrométert, ami az okulár belsejébe van beépítve, és egy mikrométercsavarral mozgatható szálkereszt segítségével olvasható le. Ennek beosztása is *0,01 mm*-es. Mindkét eszköz abszolút hibáját *0,005 mm*-nek vettem. A számolás elve, hogy az objektív mikrométeren a szálkereszt segítségével kiválasztunk két értéket, (T_1 és T_2, ezek különbsége lesz a tárgyméret,) és leolvassuk az ezekhez tartozó értékeket az okulár mikrométeren (K_1, K_2), ezek különbsége lesz a képméret. A kettő méret aránya lesz az objektív nagyítása (ami nem azonos a mikroszkóp össznagyításával). Az objektív nagyítása (N_{Ob}) tehát a következő képlettel kapható meg:

$$N_{Ob} = \frac{K_2 - K_1}{T_2 - T_1}$$

A mikroszkópon három objektív volt választható, a legkisebbet jelölöm 1-essel, a nagyobbat 2-essel, és a Newton-gyűrűk vizsgálatához használt, félig áteresztő tükörrel felszerelt objektívet pedig 3-assal. A mérés során a következő adatokat kaptam:

	T1(mm)	T2(mm)	T(mm)	K1(mm)	K2(mm)	K(mm)	N
1. objektív	0.1	2	1.9	0.255	7.74	7.485	3.939
2. objektív	0	1	1	0.48	7.79	7.31	7.31
3. objektív (tükrös)	0	2	2	0.25	7.78	7.53	3.765

K abszolút hibája $\Delta K_1 + \Delta K_2 = 0{,}01\ mm$, T hibája szintén $\Delta T_1 + \Delta T_2 = 0{,}01\ mm$, a relatív hibák pedig összeadódnak. A mérésnél a lehető legnagyobb tárgyméretet próbáltam mérni, csökkentve a relatív hiba nagyságát. A nagyítás hibája:

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta K}{K} + \frac{\Delta T}{T}$$

A nagyításokra így hibával együtt a következő értékek adódtak:

$$N_1 = 3{,}93 \pm 0{,}025$$
$$N_2 = 7{,}31 \pm 0{,}083$$
$$N_3 = 3{,}76 \pm 0{,}023$$

3. Objektívek fókusztávolságának vizsgálata

Az objektívek fókusztávolságát a következő elv alapján mérjük: az objektív nagyítása kifejezhető a tubushossz, és a fókusztávolság hányadosával is:

$$N = \frac{K}{T} = \frac{\Delta}{f}$$

ahol Δ a tubushosszt, f pedig a fókusztávolságot jelenti.

Mivel a tubushosszt nem tudjuk közvetlenül megmérni, egy tubushosszabítót használunk, és a hosszabbító beiktatásával is megmérjük az objektívek nagyítását. Átalakítás után a következő képletet kapjuk:

$$f = \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{N_h - N}$$

ahol $\Delta_2 - \Delta_1$ a tubushosszabító mérete, amit tolómérővel közvetlenül mérünk, N_h az objektív nagyítása a tubushosszabbítóval, N pedig nélküle. A tolómérő leolvasási hibáját *0,0005 cm*-nek vettem. A fókusztávolságát csak az első két objektívnek kellett lemérnem. Az első két lencse adatai tubushosszabbítóval, és anélkül egyaránt:

	T1(mm)	T2(mm)	T(mm)	K1(mm)	K2(mm)	K(mm)	N	ΔN
1. objektív	0.1	2	1.9	0.255	7.74	7.485	3.939	0.026
Hosszabbítással	0	0.85	0.85	0.12	7.77	7.65	9	0.11765
2. objektív	0	1	1	0.48	7.79	7.31	7.31	0.0831
Hosszabbítással	0	0.8	0.8	0.24	7.72	7.48	9.35	0.12938

A tubushosszt háromszor mértem meg tolómérővel, és a következő adatokat kaptam:

Δ1(cm)	4.015
Δ2(cm)	4.02
Δ3(cm)	4.02
Δátlag(cm)	4.01833

A fenti képlet alapján, és a hiba kiszámításával együtt a fókusztávolságokra a következő értékek adódtak:

$$f_1 = 0{,}79 \pm 0{,}022\ cm$$
$$f_2 = 1{,}9 \pm 0{,}20\ cm$$

A Δf hibákat a következő képlet alapján határoztam meg:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta\Delta_{tubus}}{\Delta_{tubus}} + \frac{\Delta N_h + \Delta N}{N_h - N}$$

ahol Δ_{tubus} a tubushossz, N_h az objektív nagyítása a tubushosszabbítóval, N pedig anélkül.

4. Numerikus apertúra meghatározása

A mikroszkóp numerikus apertúrája döntően befolyásolja a mikroszkóp felbontóképességét, és a következőképpen számoltjuk ki:

$$A = n \sin u$$

ahol A a numerikus apertúra (minél nagyobb, annál jobb a felbontóképesség), n a közeg törésmutatója, u pedig egy leképezésben résztvevő, P pontból kiinduló nyaláb nyílásszöge. Mivel levegőben dolgozunk, n-t 1-nek vesszük, u-t pedig úgy határozzuk meg, hogy megmérjük, mekkora az a szög, ahonnan beeső fénysugarak még részt vesznek a leképezésben. Ennek a szögnek a fele lesz u.

u szöget úgy határozzuk meg, hogy egy zsilettpengét helyezünk egy h magasságú átlátszó hasábra, és a fókuszsíkot a penge élére állítjuk. Ezután az okulárt egy lyukblendére cseréljük, majd kivesszük a penge alól a hasábot, és megmérjük azt a távolságot, amennyivel a pengét kell eltolni, hogy az éle a kép egyik végéből elérjen a másikig. Ezt a távolságot a tárgyasztalon található skála segítségével mérem (a két szélsőhelyzet különbsége), és a-val fogom jelölni. Ekkor igaz a következő összefüggés: ha a beesési szög $2u$, a hasáb magassága h, és az előbb említett távolság a, akkor:

$$\mathrm{tg}\, u = \frac{a}{2h}$$

Innen:

$$u = \mathrm{acrtg}\, \frac{a}{2h}$$

$$A = \sin\left(\operatorname{arctg}\frac{a}{2h}\right)$$

h magasságot tolómérővel öt különböző helyen mértem meg, mind az öt esetben *20,15 mm*-t kaptam, így ezzel az értékkel fogok számolni, *Δh* leolvasási hibát pedig *0,005 mm*-nek veszem. A baloldali szélső helyeket *A*, a jobboldaliakat pedig *B*-vel jelöltem, a számok pedig az objektív számát jelölik (*1* és *2*). A mérés során a következő értékek adódtak:

h(mm)	A1(mm)	B1(mm)	a1(mm)	A2(mm)	B2(mm)	a2(mm)
20.15	73.5	69.6	3.9	74.8	68.4	6.4

u és *A* értékekre a következő értékek jöttek ki:

u1 (rad)	0.096474
u2 (rad)	0.157494
A1	0.096324
A2	0.156843

Ha $\frac{a}{2h}$ értéket *x*-szel jelöljük, akkor *A* hibáját több lépésben a következőképpen kapjuk meg:

$$\Delta x = \left[\left(\frac{\Delta A + \Delta B}{a}\right) + \frac{\Delta h}{h}\right] \cdot x$$

$$\Delta u = \frac{d(\arctan x)}{dx}\Delta x = \frac{1}{1+x^2}\Delta x$$

$$\Delta A = \frac{dA}{du}\Delta u = n\cos u \cdot \Delta u$$

ΔA és *ΔB* értékét *0,05 mm*-nek vettem, és így a következő részeredményeket kaptam:

	Δx	Δu	ΔA
1. objektív	0.000272	0.00027	0.000268
2. objektív	0.000709	0.000691	0.000683

Így A értékek összefoglalva:

$$A_1 = 0{,}09632 \pm 0{,}00026$$
$$A_2 = 0{,}1568 \pm 0{,}00068$$

5. Lencse görbületi sugarának mérése

2 db (egy domború, és egy homorú) lencse görbületi sugarát mérjük meg, Newton-gyűrűk segítségével.

A domború lencse vizsgálata esetében az I. számú lencsét a mikroszkóp tárgyasztalára helyeztem, és rátettem egy sík üveglapot. $589 \cdot 10^{-9}$ m-es hullámhosszú monokromatikus fényt biztosító *Na* lámpa segítségével egy félig áteresztő tükrön keresztül fölülről megvilágítottam, és a visszaverődött sugarakat mikroszkóppal vizsgáltam. A gyűrűk sorszámának (k) függvényében lejegyeztem az adott gyűrű legbaloldalibb (r_{bal}), és legjobboldalibb (r_{jobb}) pontjának helyét az okulár mikrométeren. Ebből kiszámoltam az átmérőjét ($d = r_{jobb} - r_{bal}$), sugarát ($r = d/2$). Mivel ezeket az értékeket az okulár mikrométerrel mértem, a valós értékhez ezt el kell osztani a 3. számú objektív nagyításával ($r_{valós} = r/N_3$). A Newton-gyűrűk sugarának négyzete arányos a gyűrű sorszámával:

$$r_k^2 = k\lambda R + b$$

ahol λ a megvilágító fény hullámhossza, R a lencse görbületi sugara, és b egy állandó. Ezért minden k-adik gyűrűhöz kiszámoltam az $r_{valós}^2$ értékeket is. A mért, és számított adatokat a következő táblázat tartalmazza:

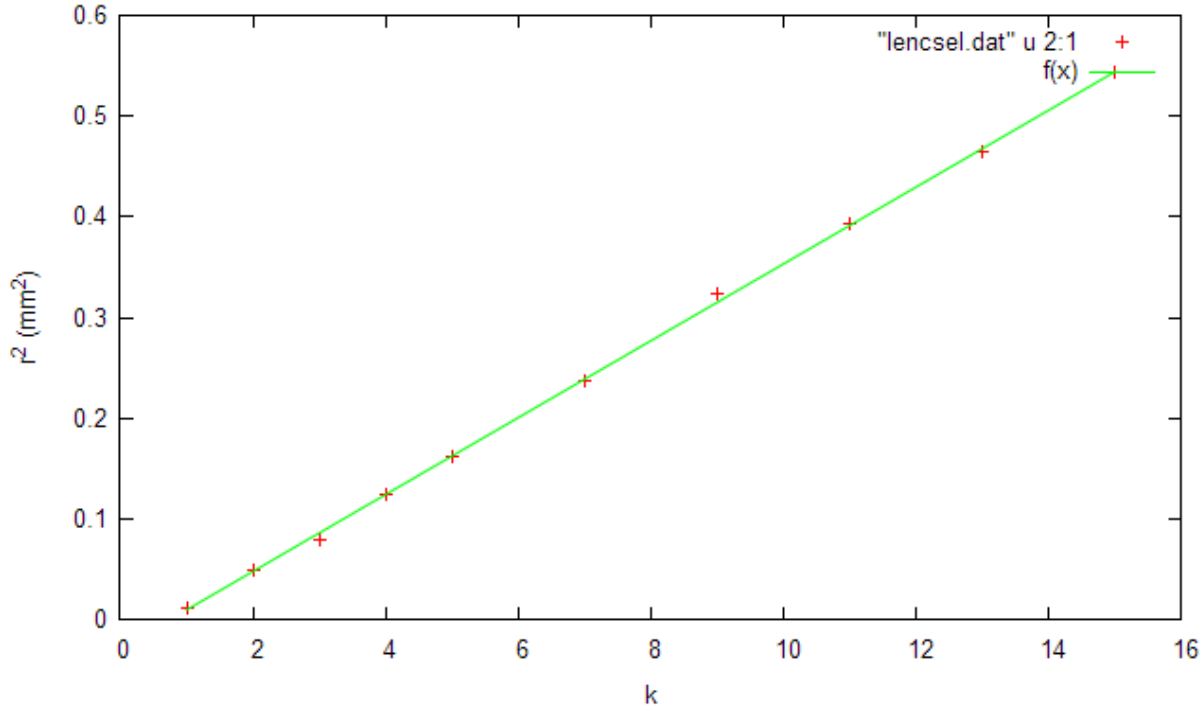
k	rbal(mm)	rjobb(mm)	d(mm)	r(mm)	rvalós(mm)	rvalós^2(mm^2)
1	3.57	4.36	0.79	0.395	0.10491368	0.01100688
2	3.17	4.83	1.66	0.83	0.22045153	0.048598876
3	2.98	5.1	2.12	1.06	0.2815405	0.079265056
4	2.66	5.32	2.66	1.33	0.35325365	0.124788143
5	2.48	5.51	3.03	1.515	0.40239044	0.161918065
7	2.16	5.83	3.67	1.835	0.4873838	0.237542967
9	1.8	6.08	4.28	2.14	0.56839309	0.32307071
11	1.62	6.34	4.72	2.36	0.62682603	0.392910871
13	1.4	6.53	5.13	2.565	0.6812749	0.46413549
15	1.21	6.76	5.55	2.775	0.73705179	0.543245345

Ábrázoltam $r_{valós}^2$ értékeket k függvényében, és az adatpontokra egyenest illesztettem. A kapott egyenes egyenlete: $r_k^2 = k\lambda R_I + b_I$ ahol

$\lambda R_I = 0.03821$ *és* $b_I = -0.02883$
$\Delta(\lambda R_I) = 0.00028$ *és* $\Delta b_I = 0.00233$
Korreláció $= 0.99978838$

Itt $r_{valós}^2$ értékei mm^2-ben vannak megadva.

A mért adatpontok, és az illesztett egyenes grafikonja:



λ ismeretében adódik, hogy $R_I = (0{,}0648 \pm 0{,}00047)\ m$

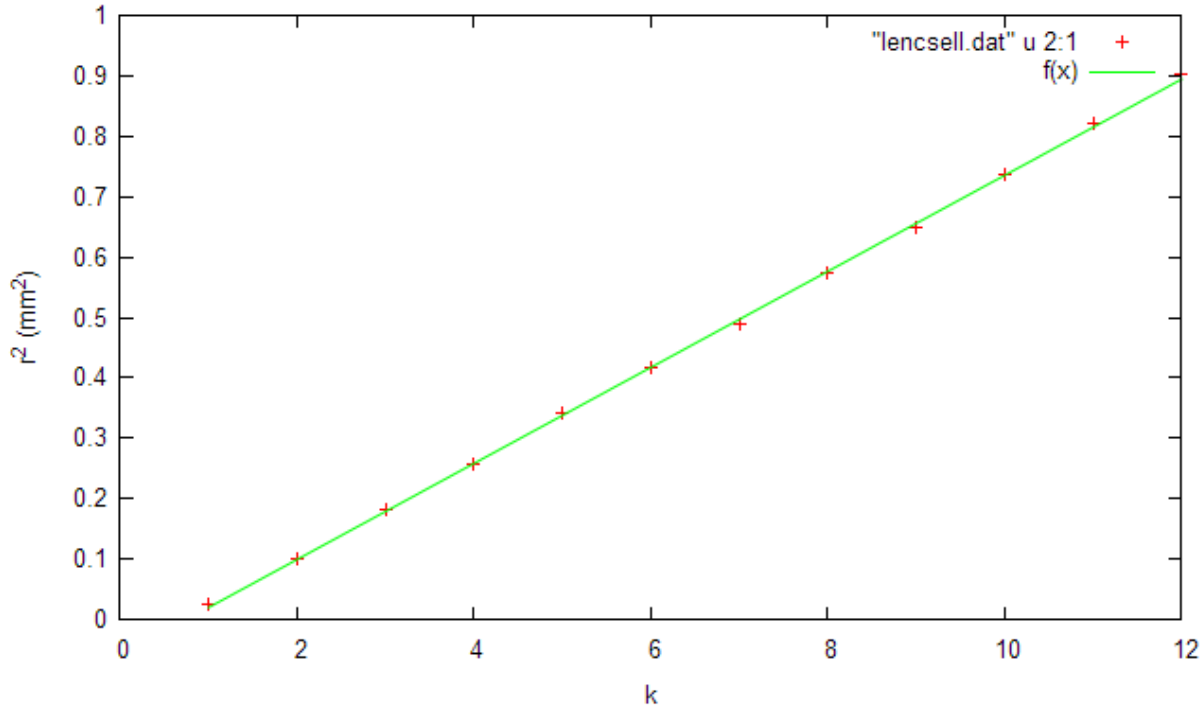
A következő mérés során a II. számú lencse görbületi sugarát mértem. A II. lencsét az I. számúra helyeztem, és az I. lencse görbületi sugarának meghatározásával azonos módszerrel meghatároztam a 2 lencséből álló lencserendszer ún. effektív görbületi sugarát. A mért, és számított adatok:

k	rbal(mm)	rjobb(mm)	d(mm)	r(mm)	rvalós(mm)	rvalós^2(mm^2)
1	3.84	5.03	1.19	0.595	0.15803453	0.024974912
2	3.24	5.61	2.37	1.185	0.31474104	0.09906192
3	2.81	6.01	3.2	1.6	0.4249668	0.180596781
4	2.51	6.32	3.81	1.905	0.5059761	0.256011809
5	2.24	6.64	4.4	2.2	0.58432935	0.341440788
6	1.97	6.83	4.86	2.43	0.64541833	0.416564816
7	1.75	7.01	5.26	2.63	0.69853918	0.487956981
8	1.56	7.26	5.7	2.85	0.75697211	0.573006778
9	1.38	7.44	6.06	3.03	0.80478088	0.647672259
10	1.19	7.65	6.46	3.23	0.85790173	0.735995372
11	0.98	7.8	6.82	3.41	0.90571049	0.820311494
12	0.82	7.97	7.15	3.575	0.94953519	0.901617082

Az adatokra ugyanúgy egyenest illesztettem, melynek adatai $r_k^2 = k\lambda R_{\text{eff}} + b_{\text{eff}}$:

$\lambda R_{eff} = 0.07953$ *és* $b_{eff} = -0.05986$
$\Delta(\lambda R_{eff}) = 0.00045$ *és* $\Delta b_{eff} = 0.00331$
Korreláció $= 0.99984062$

A mért adatpontok, és az illesztett egyenes grafikonja:



$$R_{eff} = (0{,}1350 \pm 0{,}00076)\ m$$

A homorú lencse önálló görbületi sugarát a következőképpen lehet kiszámolni:

$$\frac{1}{R_{eff}} = \frac{1}{R_I} + \frac{1}{R_{II}}$$

Innen

$$R_{II} = \frac{R_I R_{eff}}{R_I - R_{eff}} = (-0{,}1246 \pm 0{,}00029)m$$

A negatív érték azt jelenti, hogy a lencse homorú.

6. Víz törésmutatójának mérése

Az oldatok hiányában csak a desztillált víz törésmutatóját mértem meg az Abbe-féle refraktométerrel, és $n_{víz} = 1{,}3325$ értéket kaptam.

7. Eredmények összefoglalása

A 3 objektív nagyítása:

$$N_1 = 3{,}93 \pm 0{,}025$$
$$N_2 = 7{,}31 \pm 0{,}083$$
$$N_3 = 3{,}76 \pm 0{,}023$$

Az első 2 objektív fókusztávolsága:

$$f_1 = 0{,}79 \pm 0{,}022 \text{ cm}$$
$$f_2 = 1{,}9 \pm 0{,}20 \text{ cm}$$

Az első két objektív numerikus apertúrája:

$$A_1 = 0{,}09632 \pm 0{,}00026$$
$$A_2 = 0{,}1568 \pm 0{,}00068$$

Az I. és II. számú lencsék görbületi sugarai:

$$R_I = (0{,}0648 \pm 0{,}00047) \text{ m}$$
$$R_{II} = (-0{,}1246 \pm 0{,}00029) \text{ m}$$

A desztillált víz törésmutatója:

$$n_{víz} = 1{,}3325$$