A forgómozgás vizsgálata

Mérést végezte: Rudolf Ádám
Mérőpár: Lénárd András
Mérés időpontja: 2008 október 21. 10:00-12:00
Jegyzőkönyv leadásának időpontja: 2008 november 4. 10:00

A mérés célja

Igazolni a forgómozgás $\Theta\beta = Kr - M_s$ alapegyenletét, ahol Θ a tehetetlenségi nyomaték, β a szöggyorsulás, Kr (vagy M) a testre ható gyorsító forgatónyomaték, M_s pedig a súrlódásból adódó fékezőnyomaték. A mérés célja továbbá meghatározni két merevtest (tömör rézrúd, és alumíniumkorong) tehetetlenségi nyomatékát, a rájuk ható fékezőnyomatékot, és a mért értékeket összevetni az elméleti formulával.

Mérőeszközök

A két merevtest tömegét táramérleggel, méreteit pedig tolómérővel, és fémvonalzóval mérjük meg. A húzósúly hely-idő adatait egy fotocellás jeladó méri, amiből egy számítógép számolja ki a test sebességértékeit, és számol egyenesillesztéssel gyorsulást.

A mérés rövid leírása

Mindkét merevtest esetében (tömör rézrúd és alumíniumkorong) hatféle húzósúly setén felvesszük a gyorsulás értékeket. Három mérést végzünk minden esetben. Ezután megmérjük a minták adatait: tömegüket táramérleggel, az alumíniumtárcsa sugarát (R), a rézrúd hosszát (l) és sugarát (ρ) a fonáltárcsa sugarát (r), valamint a külön rendelkezésre álló fonaltárcsa m_f tömegét. Ezentúl az r alsó indexek a rézrúd, a k indexek pedig a korong adatait jelölik.

Mérési adatok

A számítógép által egyenesillesztéssel számolt gyorsulásértékeket mindhárom mérés esetében, és az ezekből számolt átlagértékeket az alábbi táblázat tartalmazza:

Gyorsulás (m/s^2)

Húzótö-	Rézrúd				Alukorong			
meg(g)	1. mérés	2. mérés	3. mérés	Átlag	1. mérés	2. mérés	3. mérés	Átlag
150	0,0043	0,0043	0,0042	0,0043	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015
200	0,0056	0,0055	0,0056	0,0056	0,0025	0,0024	0,0022	0,0024
250	0,007	0,007	0,0069	0,007	0,003	0,0031	0,0032	0,0031
300	0,0083	0,0083	0,0082	0,0083	0,0042	0,0044	0,0044	0,0043
350	0,0096	0,0095	0,0096	0,0096	0,0054	0,0059	0,0058	0,0057
400	0,011	0,0111	0,011	0,011	0,0073	0,0073	0,0075	0,0074

A további számolásoknál az átlagértékeket fogom használni.
A testek különböző értékeit az alábbi táblázat tartalmazza. A jelöléseket már megmagyaráztam *A mérés rövid leírása* c. részben.

Rézrúd		Alukorong		Fonaltárcsa	
m (g)	225	m (g)	923	m (g)	9
r (mm)	5,3	r (mm)	7,35		
l (mm)	360	R (mm)	224		
ρ (mm)	10				

Hibaforrások

Eltérést okozhat a valós értéktől, hogy (mivel a fonaltárcsák nem szerelhetők le a mérendő testekről) egy külön fonaltárcsa tömegét mértem meg, aminek tömege eltérhet az eredetiektől. M_s fékezőnyomaték kiszámolt értékét befolyásolhatja a fotocellás jeladó ellenállása, valamint kis mértékben a mozgó testek légellenállása (legnagyobb mértékben valószínűleg a gyorsan forgó fémrúdé).

Kiértékelés

A forgó testre vonatkozó $\Theta\beta = Kr - M_s$, és a húzósúlyra vonatkozó $ma = mg - K$ egyenletekből (ahol az említett adatokon kívül K a kötélerő, a a húzósúly gyorsulása, m a tömege, és g a gravitációs gyorsulás) átalakítással következik a $\Theta\beta + M_s = mr(g - a)$ egyenlet. (Ahol $a = r\beta$.)
$y{:=}mr(g - a)$ és $x{:=}\beta$ Ez esetben az egyenlet a következőképpen néz ki:
$y = \Theta x + M_s$
Ha ábrázoljuk az y(x) (vagyis az $mr(g - r\beta)\ (\beta)$) függvényt, egy egyenest kell kapnunk, mivel elméletileg Θ és M_s is állandó. Ha valóban egy egyenest kapunk, az egyenes meredeksége adni fogja Θ tehetetlenségi nyomatékot, a tengelymetszet pedig M_s fékezőnyomatékot. Kiszámoltam mindkét testre az egyes x_i és y_i értékeket, az eredményeket pedig a következő táblázat tartalmazza:

Rézrúd		Alumíniumkorong	
yi=(mi*r)*(g-r*βi)	xi=βi	yi=(mi*r)*(g-r*βi)	xi=βi
0,007795558	0,00081	0,010813871	0,0002
0,010392699	0,00105	0,014417221	0,00032
0,012989019	0,00131	0,018020179	0,00042
0,015584756	0,00156	0,021621495	0,00059
0,018179804	0,00181	0,025221562	0,00078
0,020773809	0,00208	0,028819742	0,001

Az adatokra mindkét test esetében egyenest illesztettem a GNUPLOT nevű programmal. A két egyenes egyenlete:

$y = 10.2125\beta - 0.000379865$ a rézrúd esetében, és
$y = 22{,}3311\beta + 0{,}00748034$ az alumíniumkorong esetében.

A grafikus hibaszámításhoz kiszámítottam az egyenes értékeit a mért helyeken (y_{illi}), és ezen értékek különbségeit a mért értékektől (Δy_i).

yilli	Δyi	yilli	Δyi
0,007842	-4,59606E-05	0,0120377	-0,0012238
0,010346	4,62279E-05	0,0146709	-0,0002536
0,013044	-5,50938E-05	0,0168989	0,00112128
0,015549	3,56902E-05	0,0206461	0,00097543
0,018054	0,000125785	0,0247983	0,00042323
0,02088	-0,00010631	0,0298621	-0,0010423

A legnagyobb $|\Delta y|$ a rézrúd esetében: 0,000125785, β-k eltérése: 0,0021 - 0,0008 = 0,0013. Így az egyenesillesztés hibája:
2*0,000125785 / 0,0013 = 0,1935
Ugyanez az alumíniumkorong esetében:
2*0,0012238 / 0,0008 = 3,0595

Az egyeneskből kiolvasva:
$\Theta_r = 10{,}2 \pm 0{,}19$ kg*m^2 $M_{sr} = 0{,}00038$ kg*m^2
$\Theta_k = 22 \pm 3{,}05$ kg*m^2 $M_{sk} = -0{,}00748$ kg*m^2

Diszkusszió

Az egyenesek elég jól illeszkednek a pontokra, így igazoltnak tekinthetjük a megadott $\Theta\beta = Kr - M_s$ összefüggést. A fékezőnyomaték mindkét esetben elég kicsi szám lett, a korong esetében negatív, ami nem lehetséges. Ám a szám jóval kisebb a mérési hibánál, tehát ez az érték betudható mérési hibának.