Hooke-törvény vizsgálata

Mérést végezte: Rudolf Ádám
Mérőpár: Lénárd András
Mérés időpontja: 2008 október 07, kedd 10:00-12:00
Jegyzőkönyv leadásának időpontja: 2008 október 14, kedd 10:00

A mérés célja

A mérés célja spirálrugók esetében ellenőrizni az $F = Dx$ összefüggést, ahol F a rugót nyújtó erő, x a megnyúlás, és D egy rugóra jellemző állandó, valamint 2 rugó esetében megmérni ezt a D értéket többféle módszerrel.

Mérőeszközök

- Állványra függesztett 2 különböző rugó
- Állványra függesztett fémvonalzó, 2 db helyzetjelzővel
- 10db 50g-os súly
- Stopperóra

A mérés rövid leírása

A D rugóállandókat kétfajta módszerrel mérjük meg.

Az első esetben az egyes rugókra sorban fölakasztjuk a súlyokat, és megmérjük az egyes terhelésekhez tartozó megnyúlási értékeket a fémvonalzó segítségével. A mérési pontokra az F(x) grafikonon egyenest illesztünk, és a kapott görbe meredeksége a rugóra jellemző D érték.

A másik esetben a rugókra függesztett súlyokat rezgésbe hozzuk, ez a rendszer pedig kis amplitúdók esetén harmonikus oszcillátorként működik. A stopperrel megmérjük az egyes terhelésekhez tartozó periódusidőt, oly módon, hogy 10 periódust vizsgálunk, és a kapott mennyiséget elosztjuk 10-zel, mert így pontosabb értéket kapunk. Ezután a $T = 2\pi(\mu/D)^{1/2}$ összefüggést átalakítva (T a periódusidő, μ pedig a tömeg, ami a felakasztott súlyokon kívül tartalmazza a rugó effektív tömegét: m_{eff}), kapjuk az $\eta = D\xi - m_{eff}$ egyenletet, ahol $\eta = m$, $\xi = T^2/2\pi^2$. Így az $\eta(\xi)$ grafikonon ábrázolva a mérési pontokat, a rájuk illesztett egyenes meredeksége adja a rugóra jellemző D értéket.

Ha ezen egyenesek jól illeszkednek a mérési pontokra, a lineáris kapcsolat igazoltnak tekinthető.

Mérési adatok

Az órán a következő adatokat mértem:

m (g)	x1 (m)	x2 (m)
50	0,052	0,017
100	0,108	0,034
150	0,161	0,052
200	0,214	0,07
250	0,267	0,087
300	0,32	0,105
350	0,373	0,123
400	-	0,14
450	-	0,158
500	-	0,175

A táblázatban m a rugóra akasztott tömeg mértéke, x_1 az 1. számú, x_2 a 2. számú rugó megnyúlási értékeit jelzi. A 350g-nál nagyobb terhelésekhez tartozó x_1 értékek az állvány korlátozott mérete miatt hiányoznak.

A dinamikus mérés esetében a rugókra a következő időket mértem 10 rezgésidőre:

	1. rugó			2. rugó		
m=η (g)	t1 (s)	t2 (s)	t3 (s)	t1 (s)	t2 (s)	t3 (s)
50	4,69	4,69	4,67	2,7	2,71	2,59
100	6,58	6,6	6,59	3,73	3,82	3,84
150	8,05	8,1	7,94	4,61	4,69	4,58
200	9,22	9,23	9,26	5,32	5,35	5,48
250	10,4	10,38	10,35	5,96	5,98	5,96
300	11,19	11,37	11,19	6,5	6,47	6,52
350	12,08	12,05	12,1	7,02	7,01	6,98
400	-	-	-	7,5	7,54	7,54
450	-	-	-	7,93	7,96	7,93
500	-	-	-	8,29	8,4	8,42

Hibaforrások

- A helyzetjelző ferde volt, ez 1-2mm eltérést jelenthet a megnyúlás leolvasásánál.
- A periódusidő mérését a reakcióidőm is befolyásolta. Ez 0,1-0,2s eltérést jelenthet 10 rezgésidőnként.

Kiértékelés

GNUPLOT programmal egyenest illesztettem a sztatikus mérés pontjaira, és ábrázoltam a megnyúlást a nyújtó erő függvényében. Az 1. rugó esetében a következő egyenletet kaptam:

F_1= -0,00250929+9,19837x

A 2. rugó egyenesének egyenlete:

F_2= 0,0223636+27,8396x

Kiszámoltam a rugókra ható erőket 9,81 m/s^2 szabadesési gyorsulásnál, az illesztett egyenes mért megnyúlásokhoz tartozó behelyettesítési értékeit (F_{ill}), valamint ezek eltéréseit a méréskor beállított tömegekhez tartozó súlyértékektől (ΔF). Ezeket az értékeket kiszámoltam mindkét rugóra. Az adatokat a következő táblázat tartalmazza:

m (g)	x1 (m)	x2 (m)	F (N)	Fill1 (N)	ΔF1 (N)	Fill2 (N)	ΔF2 (N)
50	0,052	0,017	0,4905	0,475806	0,014694	0,495637	-0,005137
100	0,108	0,034	0,981	0,9909147	-0,009915	0,96891	0,01209
150	0,161	0,052	1,4715	1,4784283	-0,006928	1,470023	0,001477
200	0,214	0,07	1,962	1,9659419	-0,003942	1,971136	-0,009136
250	0,267	0,087	2,4525	2,4534555	-0,000956	2,444409	0,008091
300	0,32	0,105	2,943	2,9409691	0,002031	2,945522	-0,002522
350	0,373	0,123	3,4335	3,4284827	0,005017	3,446634	-0,013134
400	-	0,14	3,924	-	-	3,919908	0,004092
450	-	0,158	4,4145	-	-	4,42102	-0,00652
500	-	0,175	4,905	-	-	4,894294	0,010706

Az 1. rugó esetében az egyenesillesztés hibája szimmetrikus téglalap módszerrel:

$\Delta\alpha_1$ = 2*0,014694N/0,373m=0,078788 N/m

A 2. rugó egyenesillesztésének hibája:

$\Delta\alpha_2$ = 2*0,01313N/0,175m=0,15006 N/m

A dinamikus mérések t_1, t_2, t_3 idejei 10 rezgésidőhöz tartoznak, a T értékek már a periódusidőt jelzik, a $t_{átlag}$ értékből kiszámolva, ami a t_1, t_2, t_3 értékek átlaga. A ξ értéke: $T^2/4\pi^2$. Ezeket az értékeket a következő táblázat tartalmazza az 1. rugóra:

m=η (g)	t1 (s)	t2 (s)	t3 (s)	t átlag (s)	T (s)	ξ (s^2)
50	4,69	4,69	4,67	4,683333	0,468333	0,005556
100	6,58	6,6	6,59	6,59	0,659	0,011
150	8,05	8,1	7,94	8,03	0,803	0,016333
200	9,22	9,23	9,26	9,236667	0,923667	0,021611
250	10,4	10,38	10,35	10,37667	1,037667	0,027274
300	11,19	11,37	11,19	11,25	1,125	0,032059
350	12,08	12,05	12,1	12,07667	1,207667	0,036943

A 2. rugó hasonló értékei:

m=η (g)	t1 (s)	t2 (s)	t3 (s)	t átlag (s)	T (s)	ξ (s^2)
50	2,7	2,71	2,59	2,666667	0,266667	0,001801
100	3,73	3,82	3,84	3,796667	0,379667	0,003651
150	4,61	4,69	4,58	4,626667	0,462667	0,005422
200	5,32	5,35	5,48	5,383333	0,538333	0,007341
250	5,96	5,98	5,96	5,966667	0,596667	0,009018
300	6,5	6,47	6,52	6,496667	0,649667	0,010691
350	7,02	7,01	6,98	7,003333	0,700333	0,012424
400	7,5	7,54	7,54	7,526667	0,752667	0,01435
450	7,93	7,96	7,93	7,94	0,794	0,015969
500	8,29	8,4	8,42	8,37	0,837	0,017746

Mindkét rugó esetében egyenest illesztettem a $\eta(\xi)$ mérési pontokra. Az 1. rugó esetében a következő egyenletet kaptam:

$$\eta_1 = -0{,}0047207+9{,}50446\xi$$

A 2. rugóra a következő egyenletet kaptam:

$$\eta_2 = -0{,}00366744+28{,}3161\xi$$

Az illesztés hibájának meghatározásához kiszámítottam az egyenesek behelyettesítési értékeit a megadott helyeken, majd ezek eltérését a valós tömegértékektől. Az adatokat a következő táblázat tartalmazza:

	1. rugó		2. rugó	
m=η (kg)	ηill1 (kg)	Δη1 (kg)	ηill2 (kg)	Δη2 (kg)
0,05	0,048085	0,001915	0,047337	0,002663
0,1	0,099833	0,000167	0,099723	0,000277
0,15	0,150518	-0,000518	0,149869	0,000131
0,2	0,200678	-0,000678	0,204195	-0,004195
0,25	0,254508	-0,004508	0,251683	-0,001683
0,3	0,29998	2,05E-05	0,299062	0,000938
0,35	0,346404	0,003596	0,348122	0,001878
0,4	-	-	0,402663	-0,002663
0,45	-	-	0,448516	0,001484
0,5	-	-	0,498819	0,001181

Az egyenesillesztések hibája:
$\Delta\alpha_1 = 2*0{,}00451\text{kg}/0{,}036943\text{s}^2=0{,}24416$ N/m
$\Delta\alpha_2 = 2*0{,}0042\text{kg}/0{,}017746\text{s}^2=0{,}473346$ N/m

Ezek szerint az első rugó rugóállandója a sztatikus mérés szerint 9,19837 ± 0,078788 N/m, kerekítve 9,19 ± 0,079 N/m, a dinamikus módszerrel pedig 9,50446 ± 0,24416 N/m, kerekítve 9,5 ± 0,24 N/m. A második rugó rugóállandójára sztatikus módszerrel 27,8396 ± 0,15006 N/m, kerekítve 27,8 ± 0,15 N/m adódik, dinamikus módszerrel pedig 28,3161 ± 0,473346 N/m, kerekítve 28,3 ± 0,47 N/m.

Eredmények

	Sztatikus módszer	Dinamikus módszer
D1	9,19 ± 0,079 N/m	9,5 ± 0,24 N/m
D2	27,8 ± 0,15 N/m	28,3 ± 0,47 N/m

Diszkusszió

Mind a négy egyenes láthatólag jól illeszkedik a mérési pontokra, így igazoltnak tekinthetjük az F = Dx lineáris összefüggést, és D terheléstől való függetlenségét. A két rugóra kétféle módszerrel kis eltéréssel ugyanazok a rugóállandók jöttek ki, ebből arra következtethetünk, hogy a kiszámolt értékek a mérési pontatlanságoktól eltekintve helyesek.