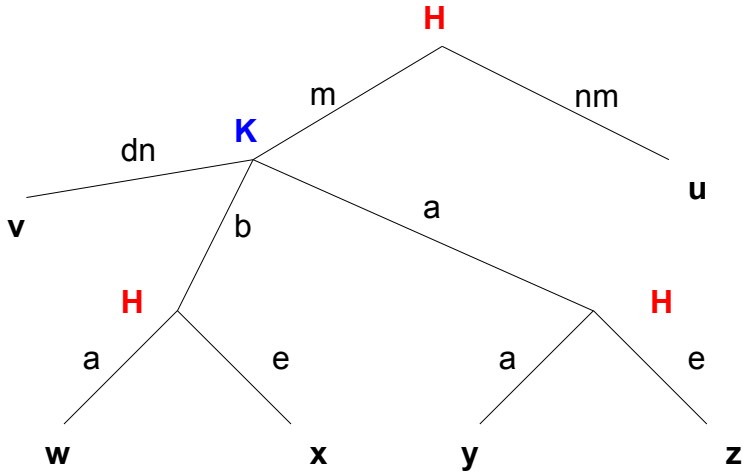
1. The Cuban Missile Crisis

(a) Az órán megismert játék rövidített jelölésekkel:



- A játékoshalmaz: $N=\{K, H\}$
- A történelmek halmaza: $H=\{\emptyset, m, nm, mdn, mb, ma, mba, mbe, maa, mae\}$
- A végpontok halmaza: $Z=\{mdn, mba, mbe, maa, mae, nm\}$
- A játékosfüggvény: $P(\emptyset)=P(mb)=P(ma)=H \qquad P(m)=K$
- A cselekvéshalmazok: $A(\emptyset)=\{m, nm\} \qquad A(mb)=\{a, e\}$
  $A(m)=\{dn, b, a\} \qquad A(ma)=\{a, e\}$

(b) A játék stratégiai formában:

		H							
		maa	**mae**	**mea**	**mee**	**nmaa**	**nmae**	**nmea**	**nmee**
K	**dn**	V	V	V	V	u	u	u	u
	b	w	w	w	w	u	u	u	u
	a	y	z	y	z	u	u	u	u

(c) Hruscsov nm-mel induló stratégiái Kennedy összes stratégiájára ugyanazt a kimenetelt eredményezik, így ezeket össze lehet vonni, és egy reprezentánssal helyettesíteni:

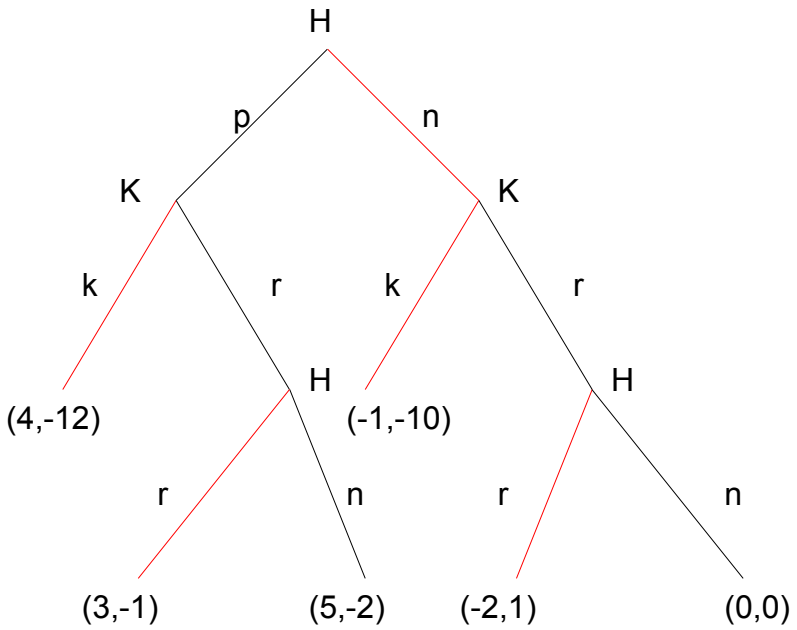
		H				
		maa	**mae**	**mea**	**mee**	**nm**
K	**dn**	V	V	V	V	u
	b	w	w	w	w	u
	a	y	z	y	z	u

2. A Kidnapper Story

Jelölések: először a túsz (H) lép: fizet (p), vagy nem (n). Ezután az emberrabló (K): megöli (k), vagy elengedi (r). Majd ismét a túsz (ha még él): jelenti a rendőrségnek az ügyet (r), vagy nem (n). Így hatféle kimenetel van. A kifizetéseket összeadtam, nem részletezem. Sorrend: (K,H)

- pk: (4,-12)
- prr: (3,-1)
- prn: (5,-2)
- nk: (-1,-10)
- nrr: (-2,1)
- nrn: (0,0)

(a) Alant látható a játék reprezentációja extenzív formában:



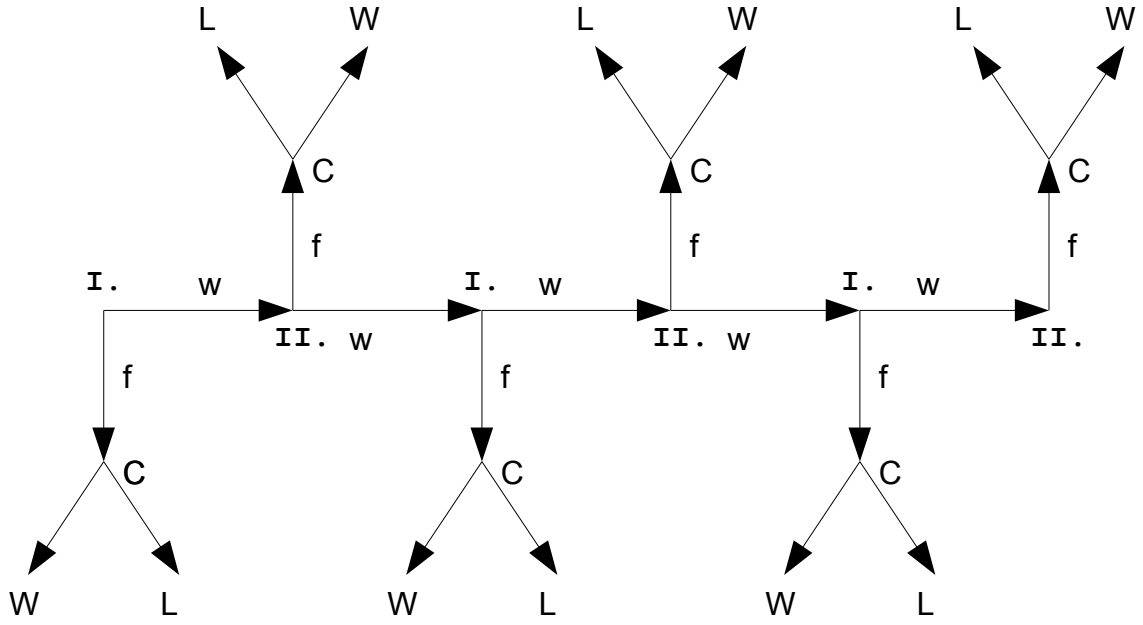
- A játékoshalmaz: $N=\{K,H\}$
- A történelmek halmaza: $H=\{\emptyset, p, n, pk, pr, prr, prn, nk, nr, nrr, nrk\}$
- A végpontok halmaza: $Z=\{pk, prr, prn, nk, nrr, nrk\}$
- A játékosfüggvény: $P(\emptyset)=P(pr)=P(nr)=H \quad P(p)=P(n)=K$
- A cselekvéshalmazok: $A(\emptyset)=\{p,n\} \quad A(p)=\{k,r\} \quad A(pr)=\{r,n\}$
  $A(n)=\{k,r\} \quad A(nr)=\{r,n\}$

(b) A korábbi félévben megismert visszafele indukció segítségével a hosszabb történelmektől a kezdőpont felé haladva a cselekvéshalmazokból mindig kiválaszthatjuk az éppen lépő játékosnak legmegfelelőbb lépést. Ez végül egyértelműen meghatároz egy történelmet. Ez jelen esetben az nr, vagyis a túsz nem fizet, az emberrabló pedig megöli.

(c) Ha a túsz nem tud semmit az emberrablóról, akkor kevesebb eséllyel jelenti őket a rendőrségen, de ha mégis, akkor az kevésbé káros az emberrablónak, vagyis a feljelentéssel végződő történelmek kifizetéseit próbálták megváltoztatni. Látszik, hogy a visszafele indukcióval meghatározott kimenetel egy (-1,-10) kifizetéssel végződött, pedig van olyan kimenetel, ami medkettejüknek jobb. Más kifizetésekkel talán jobban járnának.

3. Duel of the Russian Officers

(a) A játékosokat az `I.` és `II.` római számok jelölik, a szerencsét a C. A kimeneteleket az `I.` játékos szemszögéből a W (győzelem), L (halál) jelölik. A cselekvések mindkét játékos esetében: w: várakozás, f: tüzelés. A játék reprezentálása extenzív formában (egyelőre a valószínűségek nélkül):



(b) A szerencse szerepe miatt a játékosok kifizetései várható értékek lesznek a megadott találati esélyek szerint. Kezdetben 5 lépés távolságra vannak, aztán minden w döntéssel egy lépéssel közelebb kerülnek egymáshoz (akármelyikük is teszi a w lépést). A találati esélyeket ez alapján számoltam. Ha valaki *p* eséllyel talál, akkor 1 - *p* eséllyel elveszíti a játékot. Ezek alapján a játék stratégiai formában:

		II.			
		FFF	**FWF**	**WFF**	**WWF**
I.	**FFF**	(0, **1**)	(0, **1**)	(0, **1**)	(0, **1**)
	FFW	(0, **1**)	(0, **1**)	(0, **1**)	(0, **1**)
	FWF	(0, **1**)	(0, **1**)	(0, **1**)	(0, **1**)
	FWW	(0, **1**)	(0, **1**)	(0, **1**)	(0, **1**)
	WFF	(**16/25**, 9/25)	(**16/25**, 9/25)	(**2/5**, **3/5**)	(2/5, **3/5**)
	WFW	(**16/25**, 9/25)	(**16/25**, 9/25)	(**2/5**, **3/5**)	(2/5, **3/5**)
	WWF	(**16/25**, 9/25)	(**16/25**, 9/25)	(4/25, **21/25**)	(**4/5**, 1/5)
	WWW	(**16/25**, 9/25)	(**16/25**, 9/25)	(4/25, 21/25)	(0, **1**)

Látszik, hogy a táblázat elég redundáns. A játékot lehet redukálni. Ha egy adott játékos különböző stratégiái az ellenfél minden stratégiájára ugyanazt a kimenetelt eredményezik, akkor a stratégiák egyenrangúak, azokat össze lehet vonni. Ez alapján a redukált stratégiai forma a következő oldalon látható.

		II.		
		F	**WF**	**WW**
I.	**F**	(0, **1**)	(0, **1**)	(0, **1**)
	WF	(**16/25**, 9/25)	(**2/5**, **3/5**)	(2/5, **3/5**)
	WWF	(**16/25**, 9/25)	(4/25, **21/25**)	(**4/5**, 1/5)
	WWW	(**16/25**, 9/25)	(4/25, 21/25)	(0, **1**)

A táblázat jócskán leegyszerűsödött. Ez azért van, mert - mivel mindkét játékos maximum egy golyót lőhet ki, - az első kilőtt golyó eldönti a játék kimenetelét, első lövésünk után teljesen mindegy, hogy mi történik. Ezért a stratégiáink leredukálódnak arra, hogy *mikor* jőjük ki a golyót, amit kaptunk. Ezért lehet a játékot az időzítés játékának tekinteni.

(c) A fenti táblázatokban vasag betűvel jelöltem a legjobb válaszokat minden esetre, és halványkék háttérrel az(oka)t a kimenetel(eke)t, ahol külcsönösen legjobb kifizetések vannak. Ez a WF, WF stratégiaprofil lett, vagyis első lépésükként mindketten kivárnak, majd második lehetőségekor az `I.` játékos tüzel. Ez az az eset, amikor kettejük nyerési valószínűségei a legközelebb vannak egymáshoz, vagyis a játék rendszere igazságosnak mondható.

4. A Real-Life Experiment

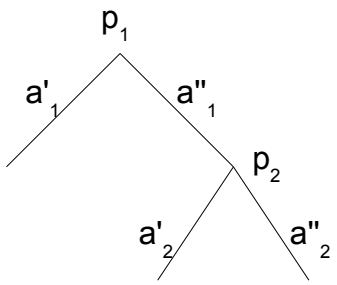
A közgazdászok ismerték a matematikát, de nem gondolták, hogy az nem fedi teljesen a valóságot. Valószínűleg az volt a probléma, hogy a taxis ismételt játékokban gondolkodott (nem tudatosan persze), mivel valamennyire zárt közösségben dolgozik, ahol a többiek ismerik a szabályokat. Ekkor megéri megtennie, hogy visszaviszi az utasokat a kiindulópontra, és nem kér érte pénzt, mert ennek tudatában inkább el fogják fogadni az ajánlatát. Egyszeri játékban azonban ennek nem sok értelme van, de így a közgazdászok is rosszul jártak.

6. Recognizing from the strategic form if it comes from an extensive form

Adott a következő stratégiai forma (a feladatban leírt stratégiai forma, mátrixszal leírva):

		p_2	
		a_2'	a_2''
p_1	a_1'	(a, b)	(a, b)
	a_1''	(c, d)	(e, f)

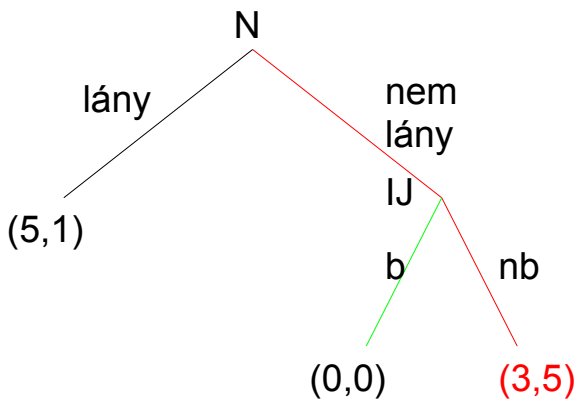
ahol a,b,c,d,e,f valamilyen kifizetések. Ekkor p_2 indifferens a lehetőségei között p_1 egyik stratégiája mellett. Ezt a következő extenzív formában lehet reprezentálni:



Ha p_1 játékos mindkét választása esetén léphetne p_2 is, ugyan négy kimenetel lenne, de a mátrix nem lenne 2 x 2-es. Információs halmazzal sem adhatunk hozzá több ágat, mert a játék teljes információs. Tehát az extenzív formára való ebben, és csak ebben az esetben egyértelmű.

7. Indiana Jones and the Raiders of the Lost Arc

(a) A játék a következő: Indiana Jones (IJ) azt mondja a németeknek (N), hogy adják át neki a barátnőjét (lány), különben (nem lány) felrobbantja a Frigyládát (b). A németek azt mondják, ha nem adják oda a lányt, IJ akkor sem robbantja fel a Frigyládát (nb). A kifizetések: (IJ,N). A játék fája:



A gráfon a piros történelem és kimenetel jelenti a tökéletes részjátékegyensúlyt, a zöld vonal pedig IJ fenyegetését.

(b) A játék stratégiai formában:

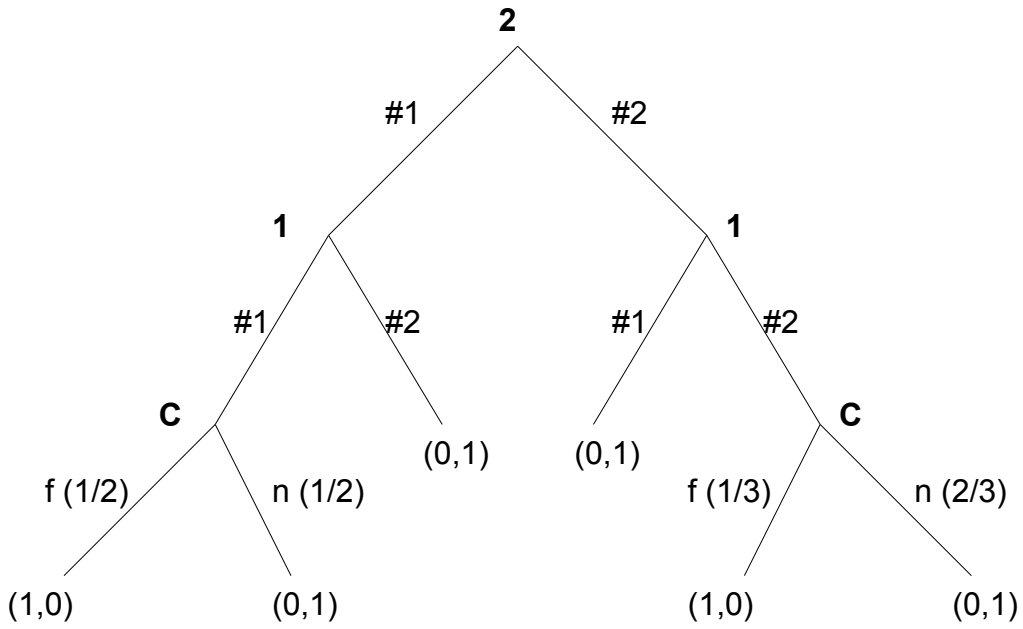
IJ/N	l	nl
b	(5,1)	(0,0)
nb	(5,1)	(3,5)

A szürke hátterű cella a tökéletes részjátékegyensúly.

(c) Indiana Jones egy tökéletes részjátékegyensúlyt festett le: a (nem lány,b) történelmet. Pontosabban a fenyegtésével azt próbálta elhitetni, hogy a (lány) történelem a tökéletes részjátékegyensúly, és ezt a döntést próbálta kicsikarni a németekből. Vagyis azzal blöffölt, hogy valótlant állított a saját kifizetéséről (hogy mennyit ér neki a Frigyláda). De a németek rájöttek, és a valódi tökéletes részjátékegyensúly következett be. Magyarán Indiana Jones nem tökéletes információs játéknak hitte a játékot, és eszerint akart játszani, de a németek tökéletes információsat játszottak.

8. Searching for the Silver Dollar

(a) Jelölések: a 2-es játékos esetében az elrejtés helyét, az 1-es játékos esetében a kutatás választott szobáját jelöljük a döntésnél. Így a játék extenzív formája:



- A játékoshalmaz: $N=\{1,2\}$
- A történelmek halmaza: $H=\{\emptyset, 1, 2, 11, 12, 21, 22, 11\mathrm{f}, 11\mathrm{n}, 22\mathrm{f}, 22\mathrm{n}\}$
- A végpontok halmaza: $Z=\{11\mathrm{f}, 11\mathrm{n}, 12, 21, 22\mathrm{f}, 22\mathrm{n}\}$
- A játékosfüggvény: $P(\emptyset)=2 \quad P(1)=P(2)=1 \quad P(11)=P(22)=C$
- A cselekvéshalmazok: $A(\emptyset)=\{1,2\} \quad A(1)=A(2)=\{1,2\}$

(b) Az 1-es játékos csak akkor nyerhet, ha ugyanabban a szobában keres, ahol a 2-es elrejtette a dollárt. Vagyis a főátlóban a mefgelelő esélyek szerint a kifizetések a várható értékek, a többi esetben a 2-es játékos nyer:

		1	
		#1	**#2**
2	**#1**	(1/2, 1/2)	(1, 0)
	#2	(1, 0)	(2/3, 1/3)