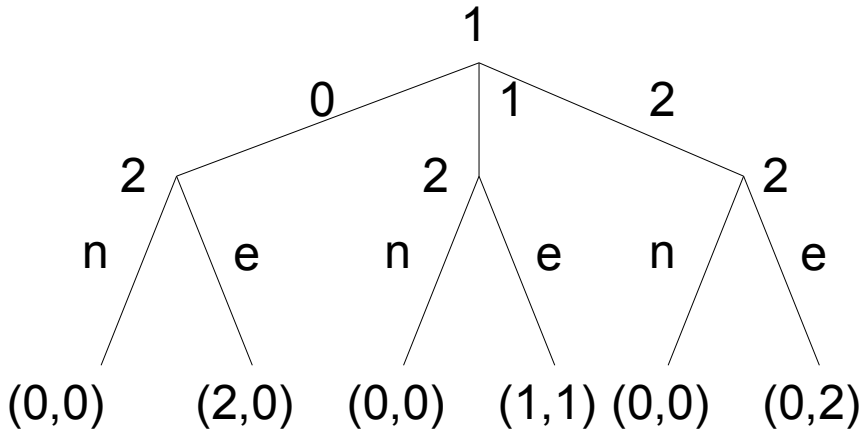
1. The Ultimatum Game

(a) Ezt a játékot "játsszuk" például a boltokban, vásárláskor: aboltos tesz egy ajánlatot, és mi vagy elfogadjuk, vagy nem. Vagy ez történik például amikor egy termelő el akarja adni az áruját egy kereskedőnek. Ilyenkor ő a profit elosztására tesz egy ajánlatot. Ha a kereskedő nem foadja el, egyikük sem keres semmit.

(b) A játékot extenzív formában a következő gráffal lehet reprezentálni:



Az alkut felajánló játékos az 1-es, a lépései azzal a számmal vannak jelölve, amit a másik játékosnak ajánl fel. A 2-es játékos dönthet arról, hogy vagy elfogadja (e), vagy elutasítja (n) az alkut. A kifizetések (1,2) formátumban vannak jelölve.

A definíciók ez esetben: játékoshalmaz: $N=\{1,2\}$, történelmek: $H=\{0e,0n,1e,1n,2e,2n,0,1,2\}$, játékosfüggvény: $p:\emptyset\to 1,0\to 2,1\to 2,2\to 2$, preferenciák: például $(0,0)\leqslant_1(1,1)\leqslant_1(2,0)$, vagy $(0,0)\leqslant_2(2,0)\leqslant_2(0,0)$, az összeset nem írnám le, ugyanis mindkét játékosra 30 reláció érvényes. (Megjegyzés: az OpenOffice képletszerkesztőjében csak hagyományos kisebb egyenlő jel volt, precedenciareláció jel nem, de ez hasonlít rá legjobban).

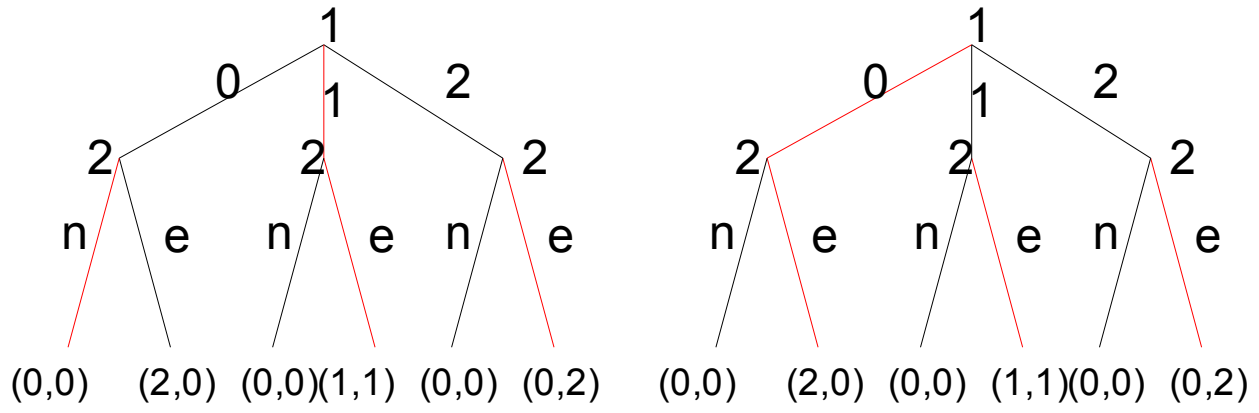
(c) A játék stratégiai formája, és benne szürke háttérrel jelölve a Nash-egyensúlyok (9 db):

2/1	0	1	2
eee	(2,0)	(1,1)	(0,2)
een	(2,0)	(1,1)	(0,0)
ene	(2,0)	(0,0)	(0,2)
enn	(2,0)	(0,0)	(0,0)
nee	(0,0)	(1,1)	(0,2)
nen	(0,0)	(1,1)	(0,0)
nne	(0,0)	(0,0)	(0,2)
nnn	(0,0)	(0,0)	(0,0)

Nash-egyensúlyok stratégiapárjai felsorolva:
- (0,(eee)), kimenetel: (2,0)
- (0,(een)), kimenetel: (2,0)
- (0,(ene)), kimenetel: (2,0)
- (0,(enn)), kimenetel: (2,0)
- (0,(nne)), kimenetel: (0,0)
- (0,(nnn)), kimenetel: (0,0)
- (1,(nee)), kimenetel: (1,1)
- (1,(nen)), kimenetel: (1,1)
- (2,(nne)), kimenetel: (0,2)

A részjáték tökéletes egyensúlyokat visszafele indukcióval határoztam meg: a két eset attól függ, hogy a 2-es játékos (nee), vagy (eee) stratégiát választ. E két esetben ugyanis csak a 0 részjátékban van különbség, ami a 2-es játékos számára indifferens.

A két eset gráfja az alább látható. A játékosok választott lépései piros vonallal vannak jelölve (ugyanis az általam használt szerkesztőprogram nem ismer olyan összetett és bonyolult objektumokat, mint pl. duplavonal).

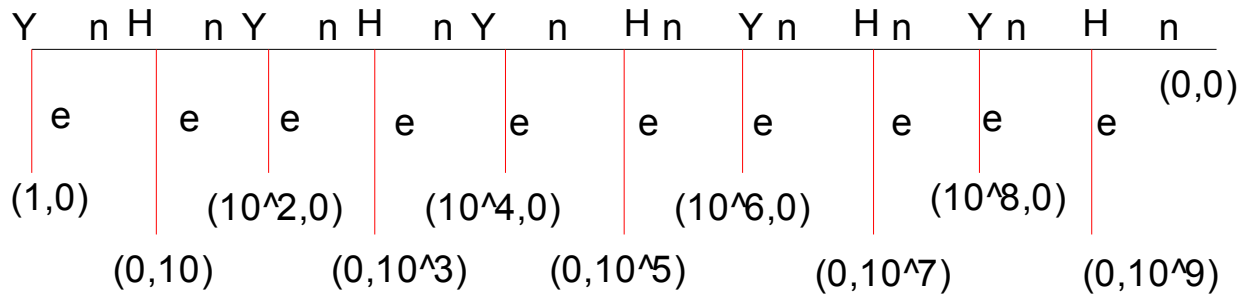


A 2 részjáték-egyensúlyhoz tartozó stratégiapárok:
- (1,(nee)), ekkor a kifizetés (1,1)
- (0,(eee)), ekkor a kifizetés (2,0)

Látszik, hogy a két egyensúly egyik játékosnak sem indifferens. Hozzátenném, hogy - habár a modellbe ez már nem tartozik bele, - a való életben a józan ész a kettes játékosnak a (nee) stratégiát diktálja, és az egyenlő osztozkodást.

2. The Centipede

(a) A százlábú játék extenzív formában (és hasonlóképpen pirossal jelölve a látékosok által választott lépések a visszafele indukció segítségével):



Itt Y a Yalebridge, H a Harford egyetem elnöke, e mindkettejük esetében az elfogad, n a nem fogad el válasz. A kifizetések a (Y,H) formátumban vannak. A gráf tényleg hasonlít egy százlábúra.

(b) A feladat **(a)** részében már jelöltema visszafele indukció módszerével kapott éleket: rögtön az első kérdésre a Yalebridge igent mond, és ő 1, a Harford 0 dollárral lesz gazdagabb. (Történelem: e)

(c) Véleményem szerint ha a való életben játszanák ezt a játékot, valószínűleg nem a **(b)** feladatban kapott megoldást választanák, hanem kockáztatnának, mert az ellenfélről is feltételezik, hogy ugyanígy kockáztatni fog, és továbbmegy. A kérdés csak az, hogy ki áll meg hamarabb, de ez csak a döntésünkön, és az ellenfél ismeretén (vagy megismerésén) múlik, ami már nem tartozik a játékelmélet tárgykörébe (gondolom).

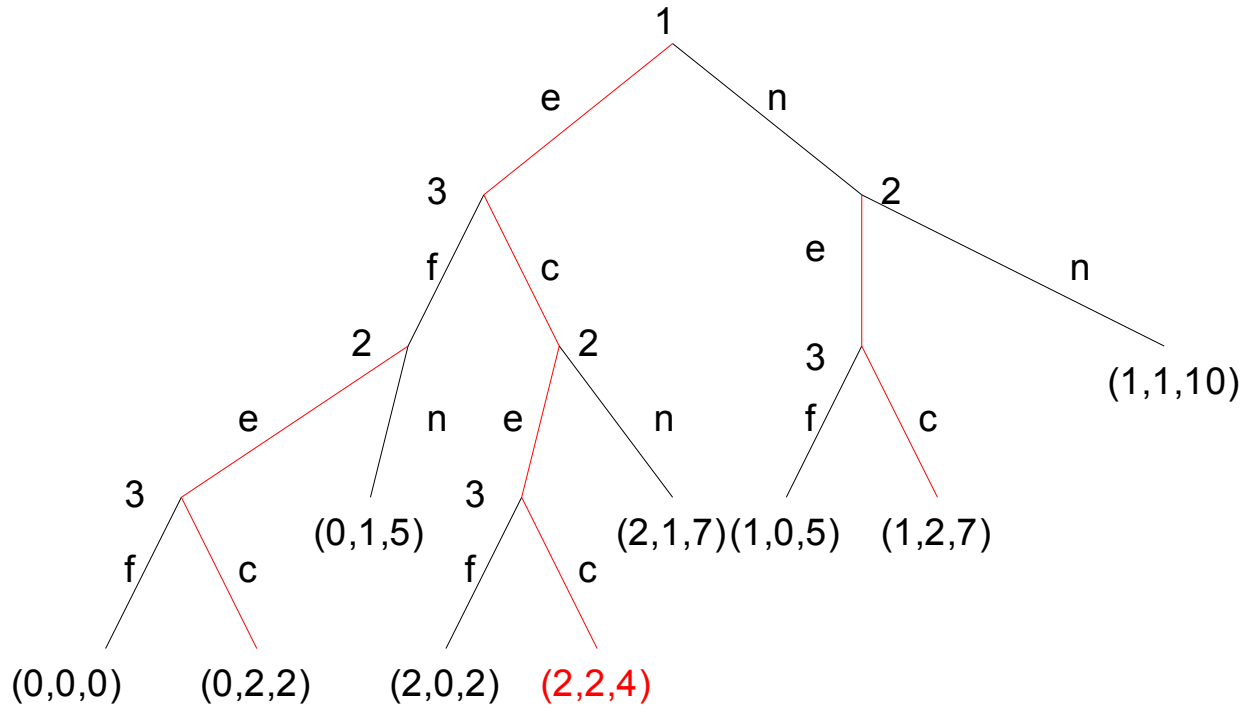
A második kérdésre válaszolva az, hogy eljutottak a $100,000-s ajánlatig, ellentmond a feltételezésnek, hogy a **(b)** feladatban feltételezettek szerint racionláisak. Az, hogy ha mégis eljutnak erre a pontra, mit tesznek, függ a pénz szubjektív értékétől, lelkiállapottól, stb., és megintcsak nem alkalmas ennek leírására a modell.

(d) Mivel feltételezem, hogy a másik is kockáztatni akar, én is kockáztatnék: megalapozott indoklást nem tudok adni, de valószínűleg nagyjából a felénél valamivel tovább játszanék: mondjuk az $1,000,000-s ajánlatot fogadnám el, mert azt gondolom az ellenfelemről, hogy a vége felé, a nagyobb összegeknáél bizonytalanodna el.

Harford bácsi helyében mondjuk a $10,000,000-s ajánlatot fogadnám el.

3. The Chain-Store Game

(a) A feladat példa az ismételt játékra. A fáját úgy készíthetjük el, hogy a már megismert egyvárosos áruházlánc játék minden végpontjára egyszerűen ráillesztjük mégegyszer a játékot. A kifizetésekről feltételezzük, hogy additívak.



A játékosok:
- 1: 1. versenyző
- 2: 2. versenyző
- 3: Monopolista

A kifizetések formátuma: (1,2,3). A piros élek jelentése a szokásos, a pirossal jelzett kimenetel a részjáték tökéletes egyensúly.

(b) Megegyezés szerint ez a feladat kimaradt, mert nincs kedvünk 3 dimenziós táblázatokat rajzolni.

(c) Elméletileg sok (pl. 100) városos ismételt játéknál is marad a belép-versenyez koncepció.

Bizonyítás teljes indukcióval, de azért nem matematikai precizitással leírva:

1) Beláttuk egyszeres játékra.

2) Feltesszük, hogy tetszőleges lépés után (n) igaz.

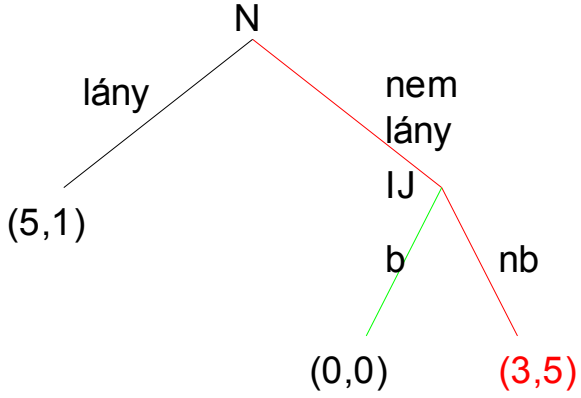
3) Ha az n lépéses játékhoz hozzáillesztjük az eredeti, egylépéses játékot, akkor a legutóbb "hozzáragasztott" részjátékra a visszafele indukcióval kapott megoldás ugyanaz, mivel a visszafelé gondolkodás miatt nem befolyásolja az, hogy mi volt előtte. Így az n lépésesnél már megkapott e,c,e,c, ... , e,c történelemhez csak hozzácsatolódik mégegy e,c pár.

(d) E problémára megintcsak nem válaszol a modell, "csak" a józan ész segítségével válaszolhatunk. Véleményem szerint mivel a modell szerint a monopolistának a racionalitás szerint érdemes versenyeznie, az elnyomás csak a fenyegetés eszköze lehet, vagyis nem az adott esetben jó, hanem később becsatlakozni vágyó cégek kedvét hivatott elvenni. Mivel a játék véges horizontú, és tudják, hogy a 100. városban vége lesz, a monopolistának már nincs értelme demonstrálnia az erejét, az érdeke azt mutatja, hogy versenyezzen.

(e) Nem gondolom, hogy irracionális lenne eltérni a visszafele indukció által jósolt kimeneteltől: ahogy a **(d)** válszban írtam, az elnyomás lehet üres fenyegetés egyvárosos játékban (lásd következő feladat), de ismételt játéknál egy pár elrettentő példával adhatunk neki alapot, így az ellenfeleknek elmegy a kedve a belépéstől. Személy szerint nagyrészt versenyeznék, és néha elnyomnék, de az függne a valós helyzettől, és sok részlettől.

4. Indiana Jones and the Raiders of the Lost Arc

(a) A játék a következő: Indiana Jones (IJ) azt mondja a németeknek (N), hogy adják át neki a barátnőjét (lány), különben (nem lány) felrobbantja a Frigyládát (b). A németek azt mondják, ha nem adják oda a lányt, IJ akkor sem robbantja fel a Frigyládát (nb). A kifizetések: (IJ,N). A játék fája:



A gráfon a piros történelem és kimenetel jelenti a tökéletes részjátékegyensúlyt, a zöld vonal pedig IJ fenyegetését.

(b) A játék stratégiai formában:

IJ/N	l	nl
b	(5,1)	(0,0)
nb	(5,1)	(3,5)

A szürke hátterű cella a tökéletes részjátékegyensúly.

(c) Indiana Jones egy tökéletes részjátékegyensúlyt festett le: a (nem lány,b) történelmet. Pontosabban a fenyegtésével azt próbálta elhitetni, hogy a (lány) történelem a tökéletes részjátékegyensúly, és ezt a döntést próbálta kicsikarni a németekből. Vagyis azzal blöffölt, hogy valótlant állított a saját kifizetéséről (hogy mennyit ér neki a Frigyláda). De a németek rájöttek, és a valódi tökéletes részjátékegyensúly következett be. Magyarán Indiana Jones nem tökéletes információs játéknak hitte a játékot, és eszerint akart játszani, de a németek tökéletes információsat játszottak.